



Aplicación del Láser Escáner para la Caracterización Radiométrica de Roca Ornamental

Application of the Laser Scanner for the Radiometric
Characterization of Ornamental Rock

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Autor:
JUAN URRESTI DE LAS ALAS-PUMARIÑO
Director:
RUBÉN PÉREZ ÁLVAREZ

Torrelavega, Septiembre de 2021



INDICE

1.INTRODUCCION	4
2.- ALCANCE Y OBJETIVOS.	6
3.ESTADO DEL ARTE.	7
3.1 INTRODUCCIÓN.....	7
3.2 LA LUZ. EL DESARROLLO DE LA ÓPTICA	8
3.3 EL LÁSER.....	13
3.3.1 Tipología del Láser.....	14
3.4 EL LÁSER ESCANER.....	15
3.4.1 Elementos que conforman el Láser Escáner.	15
3.4.2 Del Láser escáner a la nube de puntos.	18
3.4.3. Observables.....	19
3.4.4 Fuentes de error en el láser escáner.	20
3.4.5 Aplicaciones en el láser escáner.	20
3.5 LA REFLECTANCIA.....	23
3.5.1 Trabajos previos de investigación centrados en la reflectancia.....	25
3.5.2 Reflectancia e Intensidad.....	25
3.6 ROCAS ORNAMENTALES.....	26
3.6.1 ¿Qué es una roca?	26
3.6.2 Tipos de rocas.....	26
3.6.3 Roca ornamental	28
4. METODOLOGÍA	38
4.1 DISEÑO DEL EXPERIMENTO.	38
4.1.1 Materiales	39
4.1.2 Distribución y diseño de los escaneos.	43



4.1.3 Tratamiento y adecuación de los datos.	46
4.1.4 Tratamiento estadístico.	48
5. RESULTADOS.....	61
5.1 METODOLOGÍA PRIMERA: APLICACIÓN DE LA U DE MANN WHITNEY	61
5.1.1 Prueba de Normalidad de Kolmogorov-Smirnov	61
5.1.2 Test de la U de Mann-Whitney	65
5.1.3 Trabajo en base a los Diagramas Box and Whiskers.....	81
6. CONCLUSIONES.....	177
BIBLIOGRAFIA	179



1.INTRODUCCION

El interés del ser humano hacia la luz, ha sido una constante en el tiempo. Así, ya en el siglo VI a.C diferentes teorías que buscan explicarla, y que evolucionan en el tiempo. A este respecto pueden contraponerse las denominadas “teoría táctil” y la de “la emisión”, que serán explicadas con posterioridad en el presente TFM. Teniendo en cuenta ésta última, considerándola luz es algo que fluye y es captado por los ojos. De esta forma, se excita el sentido de la propia vista humana. La “teoría de la emisión” constituye el fundamento de partida de Isaac Newton (1642 - 1727), quien indica que la luz se encuentra formada por partículas, las cuales se mueven en línea recta y a gran velocidad. Con posterioridad, Louis Víctor de Broglie (1892- 1987), trató de resolver la situación de la dualidad de la luz, manifestada en función de las características del experimento empleado para su estudio. Con él se predice por lo tanto que los electrones, pueden manifestarse como ondas en determinados casos, cuya longitud será directamente dependiente de la constante universal de Plank e inversamente proporcional al momento lineal del corpúsculo.

La luz constituye la base para las técnicas que serán objeto de aplicación en el presente Trabajo Fin de Máster, dada su dependencia del láser. Las técnicas destinadas a la captación de información sin contacto directo, base del presente estudio, se conoce como teledetección. El comienzo de esta técnica, de carácter relativamente moderno, se fija en el entorno de 1960, con el desarrollo de las primeras misiones espaciales. Como con frecuencia sucede en los primeros compases de los desarrollos y avances técnicos, originalmente se planteaba el desarrollo de la teledetección únicamente con fines militares. Las técnicas de teledetección, conocidas también como “remote sensing”, ofrecen la posibilidad de realizar un reconocimiento, y registrar los elementos sin tener un contacto físico con ellos. A través de ellas se pueden captar los datos necesarios para el desarrollo de modelos con los que interpretar y simular diferentes escenarios que pueden afectar al objeto del interés, sin la mínima necesidad de la realización de ensayos de carácter físico, que acaben comprometiendo la identidad del bien a ensayar. De esta forma, se caracterizan por la rapidez a la hora de la captación de los datos, y la capacidad de proporcionar datos masivos, lo que en ocasiones puede complicar el tratamiento de los mismos, pero por otra parte permite alcanzar un conocimiento exacto de un bien o un elemento en un momento dado, no supeditado a criterios del propio observador, encargado de la operación de captura.

Considerando las distintas alternativas de técnicas de teledetección, y buscando su utilización en un campo eminentemente minero, como es la extracción de roca ornamental, se ha buscado aplicar una técnica que resulta idónea desde el punto de vista de la definición geométrica, como es el láser escáner terrestre (TLS), pero buscando contrastar las posibilidades de utilización directa de los datos radiométricos que igualmente proporciona. Tanto las rocas ornamentales, como los minerales de carácter industrial y los áridos, son ineludibles para garantizar los estándares actuales de vida, ya que son múltiples los sectores dependientes de su utilización. A pesar de la crisis originada del 2007, y la situación sobrevenida como consecuencia del Covid-19, la contribución del sector ornamental dentro



del marco económico nacional es destacable, pudiendo ofrecerse como cifra orientativa anual 387 millones de euros. España, en la actualidad se encuentra considerada como el séptimo productor mundial de roca ornamental, contribuyendo este dato a enfatizar la importancia de extracción de este tipo de recurso.

Habiendo destacado el peso económico del sector de la roca ornamental, ha de observarse igualmente su valor como elemento estético y funcional. El presente trabajo reflexiona sobre el interés que revestiría poder llevar a cabo, además de un registro directo de un frente de explotación, o de una estructura caracterizada por el empleo como revestimiento o material de construcción de este tipo de recursos, a través de la generación de una nube de puntos, la posibilidad de realizar una identificación directa de las distintas rocas presentes, a través del análisis de la intensidad capturada por el láser escáner, o, en último término, de zonas concretas de las mismas, que pudiesen estar sometidas a procesos de degradación. En cualquier caso, para poder alcanzar tal objetivo, debería de poder justificarse que realmente esa categorización puede llegar a realizarse, y por ello es necesario establecer una serie de trabajos previos que permitan determinar si es viable llegar a determinar y utilizar huellas radiométricas a tal fin.

El presente TFM toma como base los trabajos previos recogidos en la Tesis Doctoral del director del mismo, que en una de las líneas de investigación desarrolladas se centró en el análisis de la respuesta radiométrica de distintas tipologías de roca encajante y mineralización asociada a los yacimientos de Pb-Zn Mississippi Valley de Cantabria, y al carbón. En base a las conclusiones de dicho trabajo, y a la particularización de las condiciones de las muestras sometidas a ensayo, se propone una serie de experimentos destinados a contrastar la posible viabilidad de la información radiométrica aportada por el láser escáner a la identificación de automática de muestras de roca ornamental.



2.- ALCANCE Y OBJETIVOS.

El presente TFM busca determinar si resulta viable aplicar la información radiométrica obtenida a partir de la captura mediante láser escáner de diferentes muestras de roca ornamental, para llevar a cabo una caracterización automática de las mismas. Debe tenerse en cuenta que el parámetro empleado para tal caracterización será la intensidad, o reflectancia no corregida. Es decir, el que registra el dispositivo al llevar a cabo la captura. Para ello, se diseñarán una serie de experimentos destinados a determinar si existen patrones de variación en base a parámetros tales como la distancia de captura o el ángulo de incidencia del rayo láser, sobre la superficie capturada.

El experimento se llevará a cabo en base a dos fases fundamentales. La primera de ellas, buscará justificar si resulta posible llevar a cabo, mediante herramientas estadísticas, identificaciones unívocas de muestras coincidentes captadas con distintos ángulos y distancias. En caso de obtener una respuesta positiva, se habrá obtenido una huella radiométrica que se considerará válida para los rangos de variación de ángulo y distancia considerados en el ensayo. Con objeto de determinar el método estadístico de contraste más adecuado, se realizará una caracterización previa de las diferentes muestras en términos de normalidad.

Tanto si se obtuviera resultado positivo en esta primera fase como si el resultado resultase negativo, se plantea una segunda etapa, a través de herramientas que pueden considerarse menos potentes desde el punto de la identificación de las muestras, al alcanzarse un grado de definición menor, pero que igualmente pueden resultar útiles si se justificase una suficiente ausencia de solapamientos entre las huellas radiométricas de las diferentes muestras consideradas. Dicha fase planteará la determinación de rangos entre los cuales oscilen los valores de reflectancia proporcionados por cada una de las especies consideradas, teniendo en cuenta las variaciones experimentadas por dichos valores en base a modificaciones de la distancia de observación y el ángulo de captura.

Por limitaciones técnicas y temporales, el presente estudio se desarrolla exclusivamente a escala de laboratorio, considerando muestras de roca ornamental de dimensiones reducidas, y trabajando además con distancias limitadas. No se llevará a cabo por tanto un análisis posterior en base a la captura y análisis de la información radiométrica de diferentes tipos de roca ornamental presentes en estructuras reales, que podrían suponer un buen complemento a los resultados y conclusiones que puedan derivarse del presente estudio, máxime en caso de que éstos sean positivos.



3. ESTADO DEL ARTE.

3.1 INTRODUCCIÓN

La caracterización de los elementos a partir de modelos desarrollados en base a datos captados a partir de los mismos es una solución común en los problemas de ingeniería y otras disciplinas de carácter científico. Considerando el caso concreto de las técnicas basadas en la teledetección, éstas permiten con un análisis mediante captura de los elementos de interés, obtener la caracterización de los mismos. Dicha caracterización puede ser de tipo geométrico o, en función de las características de la información capturada que se aplique, proporcionar nuevas vías de análisis para conocer mejor las características superficiales del elemento objeto de estudio. En el caso de la teledetección, la interacción con el medio se produce mediante un flujo de radiación que incidirá los objetos, llegando al sensor. Este flujo puede tener tres orígenes fundamentales:

- Radiación solar reflejada por los objetos (luz visible e infrarrojo reflejado).
- Radiación terrestre emitida por los objetos (infrarrojo térmico).
- Radiación emitida por el sensor y reflejada por los objetos (por ejemplo, el radar).

Las técnicas que se basan en la radiación solar y la terrestre se denominan como teledetección pasiva, por el contrario, la última se conoce como teledetección activa. La diferencia entre ambos criterios de designación se basa fundamentalmente en si el dispositivo de captura emite una radiación, que posteriormente será capturada en retorno, o si únicamente se limita a dicha labor de captación.

Conservando las técnicas de teledetección satelitales, los datos que se generan a partir de la radiación que es emitida de la superficie terrestre, tras atravesar la atmósfera, se almacena en formato digital. Estos datos se recuperan de los satélites, permitiendo la obtención de información acerca de la superficie terrestre y de la atmósfera, el tipo de información que de aquí se obtiene dependerá de la longitud de onda en la que el sensor capte la radiación. Mediante el análisis de esta información, se puede realizar el reconocimiento de las características de los objetos que se observan y de lo que ocurre en la superficie de la Tierra, por lo que la teledetección es objeto de utilización en múltiples disciplinas científicas, y goza igualmente de aplicaciones de carácter estratégico.

Dentro de la teledetección se han mencionado con anterioridad a las técnicas basadas en la radiación emitida por el sensor que se refleja por los objetos, de carácter por tanto activo. Dentro de ellas se puede englobarse el láser escáner terrestre (TLS), que ha impulsado una revolución en el campo de la Geomática, tanto en la captación de datos en campo, como en el propio tratamiento de los mismos en los trabajos de gabinete. Considerando un balance entre las variaciones en las rutinas de trabajo introducidas en ambas etapas, la asociada a la captura en campo, y la propia de las labores en gabinete, todas ellas vienen marcadas por las posibilidades asociadas a la automatización de la captura, y los ingentes volúmenes de información a gestionar. Mientras que se reducen de forma drástica los tiempos de trabajo en campo si se comparan con alternativas como la topografía clásica,



los de tratamiento se ven incrementados como consecuencia de la masividad de la información a gestionar.

La tecnología del láser escáner se ha evaluado o utilizado en diferentes aplicaciones, tales como pueden ser los estudios geotécnicos, la evaluación de la geodinámica costera, el estudio de riesgos geológicos, el análisis patológico de estructuras, la gestión urbana y el control de estructuras de construcción. Además, se ha empleado para el análisis zoológico de la fauna cavernícola, para la agricultura y evaluaciones forestales [1]. No son estos los únicos ámbitos a considerar, ya que la vertiente geométrica de utilización de dicha tecnología ha tenido también su reflejo en la modelización de explotaciones mineras y elementos patrimoniales derivados de las mismas.

Como se verá en apartados posteriores, el fundamento del láser escáner reside en la generación y emisión de un haz láser, que mediante los oportunos mecanismos deflectores se desplazará de forma autónoma por la superficie del elemento que se desee modelar, retornando al dispositivo, y ofreciendo información certera sobre las características geométricas del mismo. La participación además de una cámara integrada RGB, permitirá capturar información de carácter geométrico, que contribuirá a la generación de una matriz de datos correspondiente a los puntos captados. De todo ello puede deducirse la gran importancia de la componente lumínica en el funcionamiento del dispositivo, dada la naturaleza del láser, y la opción de utilizar la cámara integrada, por lo que en el presente estado del arte se partirá de la relación de los que pueden considerarse como principales hitos históricos en el estudio de la luz, para posteriormente incidir en los relativos a la tecnología aplicada.

3.2 LA LUZ. EL DESARROLLO DE LA ÓPTICA

Como se ha mencionado, dada la naturaleza del presente trabajo, es imprescindible realizar un estudio previo de aspectos relacionados con la luz y la óptica. La propia naturaleza de la luz ha sido objeto de estudio para el ser humano desde el periodo de la Grecia Clásica, en el que mediante el tratamiento de dos hipótesis que se contraponían y se trataba de explicar el fenómeno de la luz. Por una parte, se buscó la relación de la visión con la emisión de “algo” que emanaba de los cuerpos luminosos, y que con ello alcanzarían el ojo, siendo la causa de tal propiedad, de esta forma se constituyó la hipótesis denominada “Teoría de la Emisión”. Esta premisa fue defendida por Pitágoras (582 a.C – 507 a.C) y Aristóteles (384 a.C- 322 a.C.). Frente a esta propuesta se encontraba una alternativa que presentaron Platón, Euclides y Tolomeo: según ellos, el recorrido de ese fluido era inverso, puesto que partía del ojo, a modo de tentáculo. Esta vertiente constituiría la “Teoría Táctil”. Finalmente, la teoría que acabó por imponerse fue la de Pitágoras y Aristóteles, los cuales defendían la emisión de la luz mediante los cuerpos que al estimular el ojo produciría una respuesta visual.

Hay que señalar que, a pesar de no tener una justificación científica, la caracterización de la luz en base a su desplazamiento en línea recta era algo que aceptado. En el libro de Euclides (325 a.C- 265 a.C) “Catóptrica”, ya se había introducido el término de “rayo luminoso”, deduciendo ciertas cuestiones que se justificarían posteriormente en la “Ley de la



Reflexión”. Con respecto a los fenómenos tratados sobre la reflexión, Platón (427 a.C. – 347 a.C.) ya había hecho mención de ellos en su obra “La República” a la aparente doblez que experimentan los objetos cuando se sumergen en el agua, fenómeno que con posteridad fue estudiado por Cleómedes (sobre el 50 d.C.) y por Tolomeo (100 d.C. -170 d.C), quien fue clave para diferenciar en los distintos medios el “ángulo de refracción”. Existen pruebas que acreditan que en el s V a. C habría ya lentes. Éstas se conocían bajo el nombre de “vidrio quemador”, que vendría a ser una lente convergente.

Apoyándose en la “Teoría de la Emisión”, Ibn al-Haytham, conocido como Alhazen de Basora (964 - 1040) por haber nacido en el 965 d.C. en dicha localidad, dedujo la Ley de la Reflexión, mediante la aplicación de las leyes del choque elástico, de forma que se emplazan tanto rayo incidente, como el reflejado y la normal en un mismo plano. Además, realizó una gran descripción sobre el funcionamiento del ojo humano, pudiendo con ello desarrollar estudios sobre espejos de forma esférica y parabólica. Se cree que Roger Bacon (1214 - 1294), en el S.XIII, sugirió la idea de aplicar las lentes para los problemas de visión, así como la combinación de las mismas para la fabricación de telescopios.

En el S. XV-XVI, puede encontrarse la primera definición completa de la denominada “cámara oscura” en los manuscritos de Leonardo Da Vinci (1452 – 1519), que posteriormente sería popularizada fue por Giambattista della Porta (1535 – 1615). Este invento se compone de una caja cerrada, en la cual entra luz por un orificio pequeño realizado en una de las paredes, de forma que en la cara opuesta se formar una imagen invertida a aquello que se está viendo [2]. Tanto Da Vinci como della Porta estudiaron el comportamiento de la luz al incidir en combinaciones diferentes de lentes y espejos. En paralelo a ello, se puede reseñar de igual forma el desarrollo contemporáneo, debido a los alquimistas, que mediante la aplicación de una amalgama de mercurio y estaño generaban espejos a partir de cristales.

Con posterioridad se desarrollaron los primeros telescopios de carácter reflector. Si bien su posible invención se atribuye a varios, la primera patente fue solicitada en 1608 por Hans Lippersey (1570 – 1619). Uno de los potenciales candidatos que en la actualidad se ha recuperado con fuerza como posible autor es Juan Roget (1550 – 1624), conforme a lo que ya fue señalado por Simón Guilleuma en 1959 y presentado por Nick Pelling en 2008 [3]. Galileo Galilei (1564 - 1642), consiguió fabricar uno de diseño propio, con el cual descubrió los satélites de Júpiter, los anillos de Saturno y hasta el giro del Sol. Para él, el problema de la luz se podría resolver a partir de un planteamiento meramente cinemático: su principal incógnita sería la velocidad de propagación.

Johannes Kepler (1571 – 1630) en los siglos XVI-XVII, estudio en su obra “Dioptrice” la proporcionalidad que existía entre los ángulos de un tamaño pequeño y el de incidencia en la refracción: con ello se presentó el fenómeno de refracción total. A partir de ahí, se desarrollaron importantes aportes al perfeccionamiento del telescopio. En 1621, Villebrord Snell (1591 – 1626) descubrió la forma empírica de la “Ley de la Refracción” y la llegó a enunciar bajo la forma que se conoce en la actualidad. Esto llevó a conseguir grandes avances en este campo de la óptica. René Descartes (1596 – 1630), del cual no se sabe si



conocía previamente los trabajos de Snell en su “Dióptrica” y la “Ley de la Refracción”, luego a realizar una demostración mediante un modelo que asimilaba la luz a una presión que se transmitía en un medio elástico. Pierre de Fermat (1601- 1665), propuso el desplazamiento de la luz siguiendo el camino óptico más corto, pudiendo no corresponderse con la trayectoria más corta. De esta forma surgió el denominado “Principio de Tiempo Mínimo”, mediante el cual dedujo las leyes de la reflexión y la refracción.

Isaac Newton (1642 – 1727), en el siglo XVIII, fue el primero que pudo establecer mediante argumentos de carácter científico una correspondencia entre la luz y los cuerpos de varios tamaños y velocidad: éstos, en base a unas condiciones, emitirían unas vibraciones en el medio de propagación. Para ello, Newton imaginó el cuerpo emisor como el productor de las partículas que cruzaría el espacio a una velocidad vertiginosa. Con ello se excitaría el medio atravesado, y se producirían en el mismo vibraciones de más velocidad que en dichas partículas. Como se puede apreciar, lo expuesto anteriormente se supone una unificación entre la “Teoría de la Emisión”, corpuscular y ondulatoria. Algunos de los mayores descubrimientos en el campo de la óptica han sido la descomposición de la luz, constatada con la ayuda de un prisma y láminas delgadas, o la deducción de la Ley de Snell en base a la “Teoría de la Emisión”, suponiendo que la atracción de las partículas de luz a la interfaz existente entre dos medios, con el consiguiente aumento en la componente de la velocidad normal en dicho plano, y en una constante en la componente transversal. Se llegó, bajo la adopción de dichas premisas a la relación de Descartes. Hay que señalar que el desarrollo le condujo a una conclusión errónea de que la velocidad de la luz es mayor en medios más densos. Con el tiempo, Newton se posicionó a favor de la teoría corpuscular, ya que no fue capaz de explicar mediante la teoría ondulatoria la propagación rectilínea en términos de ondas dispersadas en todas las direcciones, que resolvió Huygens, cuyos desarrollos no aceptó.

Por lo tanto, se encontraba en duda la naturaleza de la luz, ya sea como partícula u onda, dada la existencia de fenómenos como la refracción o la birrefringencia, que la teoría anterior no llegaba a explicar.

Francesco Grimaldi (1618 – 1663), en el s. XVII, determinó mediante el acceso de la luz del Sol a un cuarto oscuro a través de un agujero de una cartulina y la disposición de un segundo diafragma de dimensiones conocida que la proyección del rayo era mayor que la esperada como consecuencia de una propagación rectilínea. Este experimento contribuyó a la demostración del fenómeno de difracción.

Hooke (1635 – 1703), en 1665, descubrió la interferencia al estudiar los colores de carácter brillante que surgían de las pompas de jabón y las películas de aceite en agua. Para poder justificar este fenómeno propuso la transmisión de la luz en las ondas transversales, surgiendo la idea de la polarización que se podía contribuir a una explicación somera y poco asumible para la época de la doble refracción que se descubrió en Islandia.



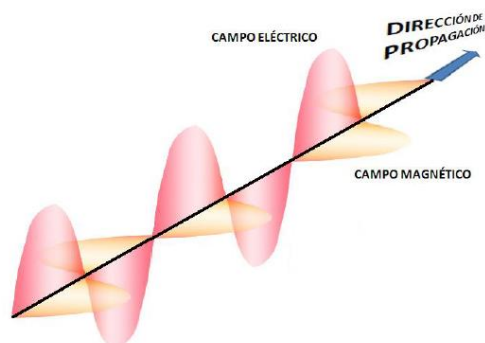
En 1679, Huygens (1629 – 1695) postuló la naturaleza de la onda de la luz buscando a dar respuesta cualitativa a los fenómenos como la reflexión, la refracción la interferencia y la difracción.

Posteriormente, en 1801, Thomas Young (1772 – 1829) propuso una serie de experimentos entre los que se encontraba el doble diafragma, que demostró la existencia de la interferencia. Éste se erigió como uno de los principales abanderados de la naturaleza ondulatoria de la luz, denostada en la práctica. Se desarrollaron de la misma forma estudios sobre la detección de los colores, proponiendo tres colores básicos. Entonces surge el concepto de los colores primarios (rojo, amarillo y azul), permaneciendo esta teoría íntegra hasta las fechas de la actualidad.

A principios del s. XIX, Etienne-Louis Malus (1775 – 1812) observó la polarización de la luz a través de su reflexión en agua o en vidrio, esto se realizó mediante un fenómeno similar al producido mediante la birrefringencia que se experimentó con el paso por espato de Islandia: la aparición o desaparición de las imágenes al ser vistas a través de una segunda lámina se encontraría condicionada por la orientación de esta.

A partir de los conocimientos de Malus, David Brewster (1781 – 1868) estudió la polarización en profundidad. Fruto de dicho trabajo, determinó que la luz reflejada queda polarizada de forma completa cuando la tangente del ángulo de incidencia es igual al de refracción, (“ángulo de Brewster”).

Agustín Fresnel (1788 – 1827), estableció hacia el 1823 con un carácter definitivo la teoría de ondulación transversal de la luz a través de la comprobación de forma sistemática de los postulados que se encuentran formulados a través del empleo de procedimientos formales. Esta teoría permitía explicar todos los fenómenos de carácter lumínico conocidos hasta la fecha.



Cuadro 3.1. Naturaleza ondulatoria de la luz [4]

En el 1849, Louis Fizeau (1829 – 1896) midió de forma directa la velocidad de propagación de la luz. En 1850, León Foucault (1818 – 1864) comprobó de forma experimental que la velocidad de propagación de la luz en el vacío es superior a la que experimenta en un medio denso, quedando de esta forma ambas relacionadas en un medio transparente mediante el índice de refracción.



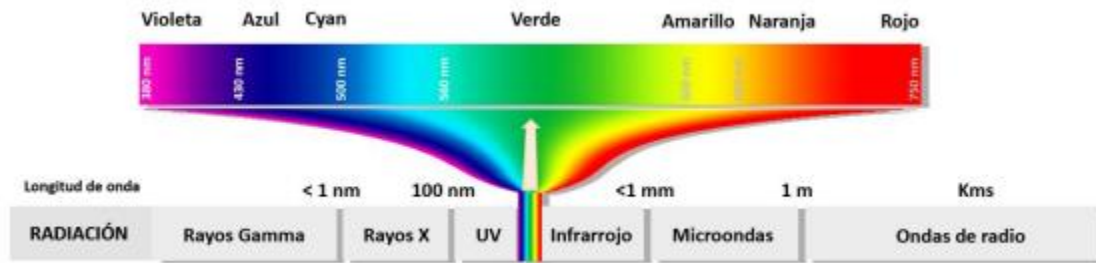
Siendo ya aceptada la teoría ondulatoria, Maxwell (1831 – 1879) expuso su propia teoría electromagnética en 1864, la cual contribuyó a demostrar que la luz es una onda transversal electromagnética. Este planteamiento permitió que se pudieran explicar los fenómenos lumínicos conocidos, y contribuir a la predicción de otros. Entre las principales contribuciones de esta teoría está la determinación de la velocidad de transmisión de la luz en el vacío, partiendo del cálculo teórico en base a las constantes eléctricas conocidas del mismo.

En 1895, Max Planck (1858 – 1947) propuso una explicación exacta para el espectro de radiación de un cuerpo negro. Un cuerpo, sometido a un calentamiento, se caracteriza por la emisión de una radiación, que depende tanto de la temperatura de calentamiento como del tipo de material constituyente del mismo. Si este cuerpo es negro (caracterizado por la absorción de toda la energía luminosa incidente), el espectro de reacción dependerá únicamente de la temperatura. Esta teoría que expuso Planck incluye un concepto nuevo, que busca la cuantificación de la energía luminosa, surgiendo de esta forma el término del cuanto, que posteriormente sería el fotón. El fotón es el mecanismo matemático que se requiere para alcanzar un resultado correcto en función de su teoría, carente en aquel momento de una correcta interpretación física. Entonces apareció la idea de máxima divisibilidad alcanzable por la energía lumínica, que dependerá de la frecuencia y de la constante universal de Plank ($E=h.v$).

Heinrich Rudolf Hertz (1857 – 1894), descubrió además de las ondas de radio, la emisión de electrones debido a la incidencia de la luz sobre un metal, con dependencia directa entre la energía cinética de dichas partículas y la frecuencia de la luz. Albert Einstein contribuyó a justificar este fenómeno, no explicable hasta el momento, de forma tanto cualitativa como cuantitativa, mediante la naturaleza corpuscular de la luz. En 1923, Lewis (1875 – 1946) bautizó a estas partículas como fotones, cuya energía, al igual que sucede en el caso del cuanto, de la frecuencia. Se fundamenta así una teoría que complementa a la de Plank, pero que es de difícil unificación desde un punto de vista conceptual, ya que requiere asumir la doble naturaleza simultánea onda-corpúsculo de la luz.

En la actualidad, se sabe que todas las ondas electromagnéticas compacten naturaleza, con la única variación de la longitud de onda. Por ello, todas ellas pueden ser consideradas tanto onda, como flujo de fotones.

La longitud de onda (λ) se define en base a la separación entre dos mínimos o dos máximos consecutivos de la misma, mientras que la velocidad (V) es el parámetro que se puede emplear para relacionarla con la frecuencia (v , $v=V/\lambda$). En el vacío, el valor de la velocidad (C) es de 299.792 km/s. Dada la relación entre la frecuencia y longitud de onda, y entre energía y frecuencia (constante de Planck) puede señalarse que a menor sea la longitud de onda, mayor será la energía del fotón asociada a dicha radiación.



Cuadro 3.2. Naturaleza ondulatoria de la luz [4]

3.3 EL LÁSER

“Laser” es el acrónimo inglés de “Light Amplification Stimulated Emission of Radiation” (amplificación de luz por emisión estimulada de radiación). En esencia, un láser escáner consta de un dispositivo de medida de distancia (el láser) y, por otro lado, el sistema de barrido: un sistema monitorizado de espejos, el cual desvía el haz del distanciómetro en las vertical y horizontal. Con objeto de entender de forma adecuada el funcionamiento del dispositivo, es necesario hacer una breve descripción previa de los fundamentos de la tecnología láser, y de las variantes disponibles en el mercado.

El fundamento del láser reside en la emisión estimulada, que a su vez está condicionada por la capacidad de los átomos de absorber y emitir energía, con las pertinentes migraciones de electrones entre niveles que ello implica. La energía del entorno, se capta por norma general mediante un fotón luminoso que genera el salto del electrón a una órbita externa. Esta energía será liberada cuando se produzca el retorno del electrón a su estado inicial. Las emisiones de energía pueden ser de dos tipos: espontáneas o, por el contrario, estimuladas. El proceso de carácter espontáneo se debe a la capacidad limitada del electrón de permanecer en el nivel superior, durante un periodo, denominado “vida del estado”, por lo general menor de un microsegundo.

La segunda alternativa, estimulada, ocurre si un el fotón incidente sobre un electrón del nivel superior presenta la misma frecuencia que la onda que dicho electrón emitiría en el caso de pasar al nivel inferior. Esto provoca la desestabilización del átomo, con la emisión inmediata de un segundo fotón. Para que esto se verifique, deberá contar con un tiempo mínimo de permanencia en el nivel superior, que permita que fotón estimulador alcance el átomo. Es por ello que a mayor sea el periodo de vida medio, mayor será la facilidad para que dicho fenómeno acontezca.

El bombeo óptico se caracteriza por ser la subida de forma constante de los electrones de un átomo al nivel superior a través de un mecanismo determinado, de tal forma que su retorno al nivel inferior implica la emisión de luz la cual es incoherente: carece de entre los diferentes átomos constituyentes del cuerpo. El bombeo óptico logra que la mayoría de los electrones se localicen de una forma constante en un nivel superior. Se busca, por tanto, la incidencia de un fotón caracterizado por una frecuencia concreta, sobre un material con un



periodo de vida medio del nivel superior sea lo suficientemente amplio como para favorecer la emisión estimulada. Como consecuencia de ello, se generará una reacción en cadena, emitiendo multitud de fotones emitidos. Es de esta manera cómo se consigue la amplificación de la luz. La utilización de un espejo que reflector en la entrada, y un segundo espejo semitransparente en la salida, implicará el retorno de un determinado porcentaje de salientes, lo que facilitará el mantenimiento de la reacción.

Maiman desarrolló el primer láser en 1960, estando compuesto por una barra de rubí rodeada por una lámpara con forma de helicoide de xenón, que producía una descarga luminosa muy intensa sobre el elemento central, lográndose la emisión de una descarga rápida e intensa de luz roja, pulsante. Los extremos de la barra contaban con películas reflectoras que actuaban como espejos.

En el 1960, El primer láser de gas, resultado de la investigación desarrollada por Arthur Schawlow, fue presentado en 1960. Siendo una variante de gran aplicación en la actualidad por su practicidad, se caracterizan por contar con un tubo de vidrio que contiene Neón (cuyos átomos son encargados de producir la emisión) y Helio (garantizan la producción de la energía destinada a la generación del bombeo óptico, por el choque de sus átomos con los de Neón).

3.3.1 Tipología del Láser.

Si bien en el apartado anterior establecido una división inicial de las tipologías de láser existentes, en la actualidad se clasifican conforme a la continuidad de las ondas resultantes, la potencia, el color de la radiación emitida y el material que se emplea como amplificación.

En cuanto al tipo de amplificación, se puede hablar de diversos modelos, pudiendo ser láser de gas, láser del tipo líquido, láser sólido, láser de electrones libres y láser atómicos.

El grupo de los láseres de gas, engloba numerosas variantes, de acuerdo al tipo de gas que se emplee para realizar la amplificación. En una primera categoría se encuentran los equipos que pueden realizar el bombeo óptico mediante la colisión de átomos de Helio con los átomos del gas emisor, estos pueden ser He-Ne, He-Cd, He-Se. En la actualidad la mezcla de Helio-Neón es la opción más utilizada.

Una segunda categoría en cuanto a los láseres de gas es la compuesta por los del tipo de gas ionizado. En ellos el gas empleado será en Argón o Kriptón. Se caracterizan por requerir grandes corrientes, para ionizar el gas y alcanzar la inversión poblacional de los electrones. Esto implica inconvenientes tales como los requisitos del recipiente, que deberá ser apto para soportar tales potencias, la refrigeración por agua, o el acortamiento en la vida útil respecto a otras alternativas.

El último grupo de esta categoría lo conforman los láseres que tienen por mezcla el dióxido de carbono, el helio y el nitrógeno, susceptibles de alcanzar la potencia requerida para el corte de diversos materiales.



Por otro lado, pueden presentarse los láseres de tipo líquido, que emplean como método de amplificación unas soluciones complejas de tintes como el alcohol metílico, empleo que posibilita la modificación del color en el que se desee que el láser emita.

En el caso de los láser del tipo sólido, el medio activo que se emplea será un material como el rubí que, como ya se mencionó, fue el empleado por Maiman. Otra variante a citar es el láser semiconductor, excitado con corriente eléctrica, y que ofrece posibilidades de emisión tanto continua como pulsada, en abanico infrarrojo.

En 1977 comenzó el desarrollo de los láseres de electrones libres, de gran utilidad en la actualidad, y caracterizados por utilizar electrones desligados de átomos, circulantes por un campo magnético variable, para la producción de radiación [5].

Por último, hay que destacar el láser atómico, citado por primera vez en 1997, en el que se produce la movilización coherente de átomos, en lugar de fotones, con la correspondiente influencia de las interacciones atómicas o la gravedad.

3.4 EL LÁSER ESCANER.

Habiendo considerado los principales aspectos relativos a la evolución del láser, conviene realizar un análisis del dispositivo y sus principales elementos conformantes. La conjunción de los mismos conduce a alcanzar el fin buscado, que no es otro que la captura de la información, geométrica, radiométrica y, en caso de emplear la cámara interna, cromática, del elemento de interés que se pretenda modelizar.

3.4.1 Elementos que conforman el Láser Escáner.

El principal componente que integra el sistema del láser escáner terrestre (TLS), es el propio dispositivo de captura, conformado por esta se encuentra distanciómetro, y el dispositivo rotatorio empleado para el barrido, por lo general un espejo de reducidas dimensiones, o un prisma. Si se consideran los modelos tradicionales, cabría hablar de una unidad de control externa al dispositivo, bajo la forma de un ordenador portátil dotada del software necesario para el proceso de captura. En la actualidad, el sistema de control está integrado en el propio dispositivo, y se manifiesta a través de una pantalla y sus correspondientes botones de interacción, o ya más frecuentemente, una pantalla táctil. Al margen de ello, los últimos modelos ofrecen también la alternativa de llevar a cabo un control simultáneo a través de la pantalla integrada, y de una tablet, careciendo de las necesidades de conexión mediante cable de la que adolecían los primeros modelos. Elementos de importancia a citar son las baterías, el trípode, y los elementos externos que habrán de emplearse como referencias para la alineación o registro de nubes de puntos (es decir, para a través de las correspondientes transformaciones de coordenadas en base a puntos conocidos presentes en más de un escaneo, proceder a la unión de los mismos), que comúnmente son dianas bicolores o esferas estandarizadas. La deriva actual de la tecnología, aboga por una reducción en la dependencia de dichos elementos, en favor de alternativas como la búsqueda automática de elementos comunes en los diversos escaneos. En cualquier caso, se hace aconsejable mantener su empleo si se busca garantizar el adecuado registro, y la fidelidad geométrica del modelo final.



- 3.4.1.1 El distanciómetro.

El primer elemento a reseñar al estudiar los elementos constituyentes el láser escáner es el distanciómetro pulsado láser, básicamente constituido por los sistemas ópticos asociados al sistema de transmisión y al canal receptor, los elementos de medición de tiempos, y los asociados al registro. El transmisor emite un pulso corto que se encuentra dividido en dos partes: la primera de ellas se envía al receptor, dando comienzo a la medida de tiempo, mientras que la segunda se remite de forma directa al objeto cuya distancia se desea determinar. Parte de esta segunda fracción retorna al receptor, convirtiéndose en corriente eléctrica. Las energías enviadas y recibidas se relacionan mediante la siguiente expresión [5]:

$$E_R = (\pi \cdot \rho \cdot D_R / (4 \cdot d)^2) \cdot E_T \cdot \eta_A \cdot \eta_S$$

Donde ρ es el coeficiente de reflexión de la superficie a registrar, siendo un valor que comprendido entre 0 y 1, D_R es la lente del elemento receptor, y d será la distancia hasta la superficie del elemento que desee capturarse. η_A y η_S son las constantes de transmisión en la atmosfera y en la óptica del sistema respectivamente.

De lo que se ha expuesto con anterioridad, se deduce que la energía recibida es menor que la enviada, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, por lo que se requiere el control de aumento para ajustar el pulso recibido a la medida del tiempo. Cuando la onda devuelta es detectada, ésta se amplifica y se envía al discriminador temporal, que permite medir el tiempo. Otra alternativa, común en equipos modernos, es la denominada CFD ("Constant Factor Discriminator", "Discriminación por División Constante"), que implica la división del pulso de retorno en dos fracciones, retrasándose una de ellas. Esta práctica ayuda a la reducción de los errores debidos a la amplitud y la forma del rayo retornado, mejorando la precisión.

La unidad temporal determina el intervalo entre la emisión y la recepción, en base a los pulsos que transcurren de un oscilador de alta frecuencia, pudiendo establecerse así la distancia entre el objeto y el láser. Reviste gran importancia la precisión en la determinación de tiempo: para precisiones milimétricas, deberá estar en el entorno de los 7 picosegundos, umbral factible con el uso de un circuito integrado de interpolación tiempo-intervalo. Por otra parte, se deben de considerar también los siguientes aspectos: reflexión de la superficie del objeto a escanear, energía del láser, la transmisividad en la atmósfera, el campo instantáneo de visión, o la sensibilidad del receptor. Todos ellos condicionan notablemente la precisión de la medida resultante.

La teoría de la difracción establece que, si bien el rayo láser pueda contar con un importante paralelismo en su emisión, la difusión del mismo conllevará una cierta divergencia, que será proporcional a la distancia entre el objeto a registrar y el propio sensor, ajustándose por lo general la intensidad en la dirección transversal a un perfil Gaussiano.

Como consecuencia de lo anterior, el radio del rayo se definirá como la distancia que está comprendida entre su propio centro, y el punto en el que la intensidad habrá caído hasta un valor $I_p \cdot e^{-2}$, siendo I_p el valor de intensidad en el eje longitudinal del rayo.



Considerando los valores del radio del radio en función de la distancia, cabría hablar del tamaño de la huella ($W(d)$), y del radio de curvatura que del frente de onda ($R(d)$), definidos en base a la distancia (d) existente entre el emisor y el frente de onda para un instante determinado, la longitud de onda (λ), y el radio mínimo (w_c , mitad de la “cintura del haz”), conforme a las expresiones siguiente.:

$$W(d) = w_c * (1 + ((\lambda * d) / (\pi * w_c^2))^2)^{1/2}$$

$$R(d) = d * (1 + ((\pi * w_c^2) / (\lambda * d))^2)$$

Es importante tener en cuenta que inicialmente el haz es emitido divergentemente, y al alcanzar un punto cercano al espejo, converge en un diámetro mínimo, siendo entonces el frente plano. Superado dicho punto, el haz diverge. El ángulo de divergencia resulta también importante, y recibe el nombre de campo visual instantáneo (IFOV). Pueden finalizarse esta descripción de las características fundamentales del distanciómetro indicando que el tamaño del punto puede ser modificado, dada la dependencia del área transversal con respecto al cuadrado de la longitud de onda y de la distancia, en proporción directa, y a la inversa del cuadrado de la cintura.

- 3.4.1.2 Unidades de desvío del haz.

Para un adecuado escaneo de la superficie de interés, se hace ineludible contar con un sistema que proporcione el barrido, es decir, que desvíe el haz. Para ello suele recurrirse a rotativos u oscilantes.

Los dispositivos con espejos del tipo poligonal tienen por norma general tres o más superficies de carácter reflectante. Este tipo de dispositivos se caracterizan por que presentan una marcada velocidad de rotación, junto con la posibilidad de proporcionar una gran amplitud de ángulos de barrio, además de tener un coste de producción relativamente bajo. Estos espejos se pueden hacer de diferentes materiales siendo los más utilizados el aluminio, cristal y plástico, contando con frecuencia con recubrimientos de materiales ópticos que optimicen sus propiedades. Este sistema presenta además un motor y un sistema de cojinetes, estando el espejo por lo general montado sobre el eje del rotor. La estabilidad, con independencia de la velocidad de rotación, la tensión y la temperatura, son fundamentales.

Un coeficiente interesante para la caracterización de este dispositivo es la ratio de escaneo, esto corresponde al número de líneas que puede describir en un segundo. Este valor se puede calcular como el producto entre el número de caras y la velocidad de rotación que tiene en revoluciones por segundo.

Como se mencionó anteriormente, una segunda variante para el elemento de desviación es la asociada a espejos planos que oscilan a una velocidad constante. Se puede determinar el ángulo instantáneo del espejo como es función del ángulo máximo de exploración (máximo ángulo vertical que puede proporcionar el dispositivo) y de la frecuencia, parámetro limitado por el esfuerzo de torsión.



Con respecto a la lente emisora con respecto a los espejos, pueden existir dos posiciones fundamentales: las configuraciones pre-objetivo y post-objetivo. La primera, implica el desvío de un haz hacia un espejo, para que posteriormente sea desviado por una lente o segundo espejo con un carácter curvo. En la segunda alternativa, el haz deberá atravesar el sistema óptico de imagen para posteriormente ser desviado por la acción del espejo. Mientras que la disposición pre-objetivo ofrece la ventaja de proporcionar un frente de haz plano, la segunda alternativa presenta un montaje más simple.

Ambas variantes la posición angular es almacenada por un sensor angular de alta resolución. En los dispositivos de tipo poligonal, el codificador registra la velocidad del prisma, garantizando la adecuada alineación del haz a lo largo de la trayectoria de escaneo, modificándose de acuerdo a la frecuencia y la onda de pulsos en caso de ser necesario.

Las desviaciones que son verticales y horizontales se lograrán a través de la oscilación de los espejos a lo largo de los ejes vertical y horizontal del dispositivo, o bien a través del empleo de espejos panorámicos, en los que la desviación azimutal se consigue por el giro de un espejo. Esta alternativa es constructivamente más compleja, pero permite realizar escaneos panorámicos.

3.4.2 Del Láser escáner a la nube de puntos.

Las nubes de puntos son el producto más importante del láser escáner, y a la vez constituye la vía en base a la que trabajar para lograr la obtención de otros productos. Es por ello que puede considerarse tanto como un producto final (habiéndose llevado a cabo una adecuada depuración, como también un producto intermedio. En su definición más simple, la nube de puntos no es otra cosa que el conjunto de los puntos en un sistema de coordenadas tridimensional. Otras referencias entran más en detalle especificando que las nubes de puntos están compuestas por “miles de mediciones individuales en un sistema de coordenadas (x,y,z), que en sí mismas componen un modelo tridimensional de los objetos registrados, aunque como tal conjunto de puntos sin procesado posterior, son un modelo muy simplificado que opera solo visualmente pues se compone únicamente de entidades singulares tipo punto” [6]. Debe de tenerse en cuenta que las definiciones anteriores entran a considerar exclusivamente la naturaleza geométrica del producto obtenido, obviando las componentes radiométricas (básica para el presente estudio) y, en caso de hacer uso de la cámara integrada en este tipo de dispositivos, o de la superposición de imágenes sobre los modelos generados, obtenidos a partir de medios externos, cromática.

El modelo de la nube de puntos, constituye por tanto una copia virtual del elemento que se ha capturado de forma completamente automatizada, conforme a la acción de los dos elementos básicos anteriormente recogidos: el distanciómetro, y la unidad deflectora. Esta medición, como es lógico, se encuentra supeditada a los posibles errores en el instrumental de medida y a los métodos de observación, así como a la buena o mala distribución de las tomas realizadas. En este sentido, es importante llevar a cabo una buena selección previa de las ubicaciones a partir de las cuales se realizarán los escaneos, en función del elemento a observar. Además, con el fin de lograr un registro lo más fiable posible se debe de atender a dos cuestiones clave: la resolución y la reflectividad.



Debe de tenerse en cuenta además que la calidad final de la nube de puntos vendrá condicionada por un factor que debe de seleccionarse de forma meditada: la resolución. La generalización de la tecnología, en post de una simplificación de los procesos, migra hacia una simplificación de dicha selección, en base al establecimiento por parte del fabricante de densidades baja, media o alta. A este respecto, cabe destacar la posibilidad de establecer selecciones más completas, posibilitando una definición del parámetro de separación de puntos a una distancia concreta, que equipos ya consolidados ofrecían. Existe una relación intrínseca entre resolución y nivel de detalle, pero debe de tenerse en cuenta que no siempre escanear a la máxima resolución supone la mejor opción, dado el incremento en los tiempos de escaneo, pero sobre todo en los de gestión de datos, dados los volúmenes de puntos capturados. Para obtener la resolución óptima siempre debe de tenerse en cuenta tanto la finalidad del propio trabajo, es decir, cuáles son las dimensiones del menor elemento que desea captarse, teniendo presente la precisión máxima que puede ofrecer el instrumental. En ocasiones la solución óptima, sobre todo en el caso de elementos complejos que integren geometrías diversas, con grados variables de regularidad, pasa por la combinación de escaneos con un menor grado de resolución, complementados por la captura de los elementos de interés, con un mayor grado de resolución.

La resolución de la nube de puntos es algo que depende del instrumento escaneado. Debe de tenerse además en cuenta que la separación entre puntos no será uniforme en toda la superficie escaneada, dados los condicionamientos asociados tanto al alejamiento como a la orientación de la superficie respecto al escáner.

3.4.3. Observables

El producto del escaneo es una gran nube de puntos, definida con unas condiciones de equiespaciado (que a su vez vendrán condicionadas por la posición relativa de la superficie a capturar y el propio dispositivo), por lo que a priori se puede establecer una densidad, que viene limitada por el diámetro del punto laser en la superficie a escanear. También es importante reseñar que en función del elemento a registrar es frecuente que en un único escaneo no se pueda realizar la captura de forma completa del mismo, lo que se suele hacer es la toma de varios objetos y posteriormente unirlos. Dada la naturaleza del presente estudio, éste está exento de dicha problemática: una única captura servirá para capturar el alzado de interés de las muestras a analizar, por lo que no habrá de necesidad de proceder al registro de nubes independientes, sino que cada una de las generadas gozará de consideración individual, y no deberá estar supeditada a la transformación de coordenadas.

En cualquier caso, y considerando una casuística más general, con un elemento cuya representatividad exija su captura absoluta, la campaña deberá llevarse a cabo desde diferentes puntos, gozar de elementos comunes (tradicionalmente estandarizados) que sean fácilmente reconocibles en las distintas nubes de puntos, y proceder a la transformación Helmert de coordenadas, de tal manera que la totalidad de los puntos observados en los distintos escaneos queden referidos a la posición del eje óptico del instrumento en uno de los escaneos concretos, conforme a la expresión siguiente [7]:

$$(X_E) = (\Delta X) + \mu(R) \cdot (X_i)$$



Donde XE y Xi son las matrices que recogen las coordenadas de un punto de control existente en dos escaneos (por ejemplo, el centro de una esfera de referencia), con respecto a los sistemas de coordenadas final e inicial, respectivamente, ΔX es un vector de traslación que debe de experimentar el origen de coordenadas, R es la matriz de rotación, y μ es un factor de escala. Si bien tres puntos no colineales son el mínimo requerido para poder llevar a cabo la transformación, se aconseja un mínimo de cuatro. Este mecanismo de transformación puede además propiciar, en caso de ser necesario, la transformación de coordenadas relativas a absolutas.

3.4.4 Fuentes de error en el láser escáner.

Los diferentes fabricantes publican las precisiones propias de cada equipo, buscando destacar los atractivos de sus productos frente a la competencia. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que la precisión dependerá de condiciones individuales, tales como la calibración y del cuidado que se tenga tanto en su uso, como en la operativa general.

Considerando la calidad en la definición geométrica de la nube de puntos, pueden establecerse varios criterios para la clasificación de las fuentes de error. Un primer criterio consideraría los parámetros de observación, considerando en tal caso errores de distancia y angulares (horizontales y verticales). El segundo, consideraría el origen del error con respecto al instrumental, distinguiendo entre internos y externos [8], y la tercera alternativa [9], aludiría al instrumento, el entorno, los objetos, el método de adquisición, y, considerando la fase de procesado, los errores asociados al método de cálculo.

3.4.5 Aplicaciones en el láser escáner.

La ciencia que se encarga del estudio de la medida es la denominada “metrología”. Esta ciencia se encuentra presente en los campos de investigación y desarrollo, cubriendo aspectos como son la definición de unidades estándar de aceptación a nivel internacional, y el establecimiento de los métodos de carácter científico que están destinados a su determinación o comprobación. La metrología goza de capital importancia en los aspectos asociados a la trazabilidad en aquellos procesos en los que intervienen varios organismos. Aspectos como la calibración, la acreditación de laboratorio, o la acreditación de productos, en ámbitos de colaboración y producción tanto nacionales como internacionales, contribuyen a poner de manifiesto la relevancia de esta disciplina, que contribuye a alcanzar beneficios tales como el establecimiento de un marco armonizado que permita la normalización de los productos, equipos y procesos, además de la transferencia de conocimiento, o la generación y perfeccionamiento de las herramientas e instrumentos.

Cabe distinguir tres formas fundamentales de metrología: la metrología legal, la metrología industrial y metrología la científica. La primera está relacionada con los requisitos técnicos de carácter obligatorio en áreas con una gran diversidad de carácter público, tales como la salud, el medio ambiente, la prevención de los riesgos o la comercialización de los productos, regidos por reglamentaciones bien de carácter nacional o internacional.

La metrología de carácter industrial los aspectos relacionados con las mediciones en los ámbitos de la producción y el control de la calidad de los productos.



Por último, la metrología científica o metrología general, se ocupa de la resolución de los problemas teóricos y prácticos comunes a las medidas, con independencia de la magnitud que se encuentra en valoración, Este tercer tipo persigue el desarrollo de actividades que busquen garantizar y de distribuir con un sistema de con unidades único, posibilitando la trazabilidad.

En el campo de la metrología, el láser se ha popularizado de forma notable, pudiendo destacar las aplicaciones en el ámbito geomático asociadas a la generalización de los distanciómetros, y su integración en dispositivos tales como los escaneos topográficos, o el propio láser escáner. Esta integración, y la generación de este último instrumento, constituyó la base para el desarrollo de las metodologías de captura y procesado destinadas a la obtención de modelos de alta definición, que ofrecen exactitud y fiabilidad, sin supeditación al criterio del observador como sucede en otros métodos clásicos, ya que la totalidad de los elementos sobre los que incida el láser, serán recogidos en la nube de puntos [10]. La automatización en la captura de datos constituye sin duda una gran ventaja propia del láser escáner, si bien el incremento en los tiempos de procesado debe igualmente tenerse en cuenta. Además, y resultando de especial interés para el presente trabajo, el láser escáner aportará información complementaria de carácter radiométrico, vertiente que en la actualidad no se encuentra lo suficientemente desarrollada. La tabla siguiente recoge algunas de las aplicaciones más comunes del láser escáner, en base a la distancia de observación considerada.

Escaneo cinemático, se basa en las carreteras, las pistas y el mapeado móvil. Por el contrario, en la siguiente tabla se puede visualizar el escaneo estático.

Tabla 3.1 Aplicaciones láser escáner [11]

ESCANEO ESTÁTICO	
Corto alcance (0-50m)	Ingeniería inversa, escaneo anatómico, medicina, policía forense.
Medio alcance (50-150m)	Gestión de instalaciones, industria, ingeniería civil, geología.
Largo alcance (150-1000m)	Monitoreo, modelado urbano, minería

A este respecto, pueden presentarse diversos ejemplos de aplicación del láser escáner con diversas finalidades, desarrollados por los investigadores del actual Grupo de Investigación en Ingeniería Cartográfica y Explotación de Minas, tales como la evaluación de la idoneidad del láser escáner para la auscultación de presas [5], su implementación en entornos mineros [5, 12], o su aplicación a la puesta en valor de patrimonio de índole geológica [13] o arqueológica [1].

Como se ha mencionado con anterioridad, y en función de la naturaleza del elemento a capturar, los levantamientos gozarán de un mayor o menor grado de complejidad. Así, puede establecerse una breve comparativa de tres de las actuaciones anteriormente mencionadas: el levantamiento de las Galerías Mineras del Grupo Minero La Florida [5], la

documentación 3D de un espeleotema singular de la Cueva El Soplo [13], la captura la Puerta Califal y las Murallas Reales de Ceuta [1].

Al respecto del primer trabajo (Cuadro 3.3), cabe destacar que, dada la complejidad del elemento objeto de análisis, se requirió el establecimiento las redes exteriores (mediante GPS) e interior (con estación topográfica) de vértices que permitiese dotar al conjunto de coordenadas absolutas, y la captura de 675 escaneos, con un total de puntos situado en el entorno de los 14.000 millones de puntos, y un volumen de información de unos 72 Gb.



Cuadro 3.3. Detalle de galería de la Mina La Curre (Grupo Minero La Florida) [4].

Si se acude a una campaña de menor envergadura, centrada en la caracterización de la columna denominada “La Palmera”, espeleotema de gran singularidad, la naturaleza de la labor permitió el trabajo exclusivo en coordenadas relativas, no requiriendo la implantación de redes de vértices ni exterior, ni interior, y la toma de cuatro escaneos. Dado que únicamente se requería la captura de “La Palmera”, los escaneos se limitaron a áreas concretas, en lugar de llevar a cabo la captura de bóvedas completas. Esto implicó una notable reducción de tiempos. Con objeto de garantizar la captura completa del elemento de interés, desde cada uno de los estacionamientos se realizó un escaneo a baja densidad, con un espaciado entre puntos de 6,3 mm a los 10 metros, sin toma de fotografías. Seguidamente se llevaron a cabo los escaneos definitivos, con un espaciado entre puntos de 0,8 mm a los 10 m, captando información geométrica, radiométrica, y RGB. Dada la elevada densidad de puntos, la nube correspondiente a la columna y su entorno más inmediato presentó 255 millones de puntos, con un peso al ser exportada a formato *.ptx de 23,1 Gb. Este trabajo sin duda destaca, frente a los otros dos ejemplos expuestos, en la elevada densidad de puntos, que conlleva su notable peso en disco.

Un ejemplo intermedio entre ambos trabajos sería el levantamiento de la Puerta Califal y la Muralla Real de Ceuta [14], recogida en el siguiente Cuadro. En ese caso, además de

requerirse el establecimiento de las redes de vértices que permitieran la transformación de la nube a coordenadas absolutas, se tomaron 23 escaneos, con un total de 427 millones de puntos, y un tamaño total de la nube de 23.5 Gb.



Cuadro 3.4. Detalle de galería Puerta Califal (Ceuta) [4].

Como se señaló anteriormente, las nubes de puntos constituyen tanto un producto final, como la vía para obtener otros productos, tales como cartografía, secciones, infografías, ortoimágenes, recorridos virtuales, y mallas, que a su vez serán la base para generar nuevas salidas gráficas.

3.5 LA REFLECTANCIA

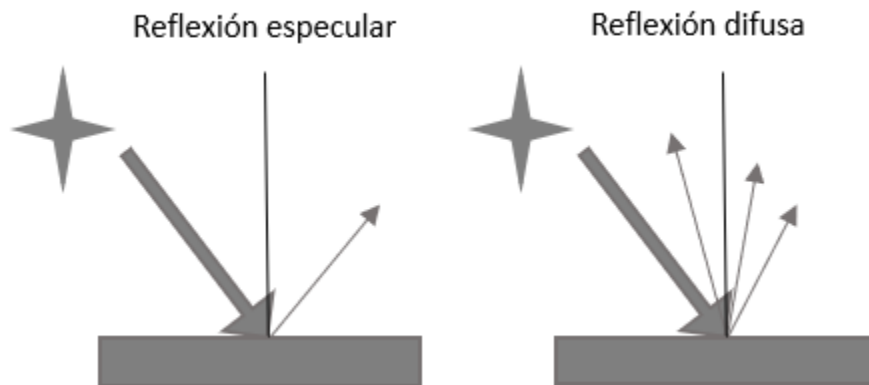
Como se ha mencionado anteriormente, el láser escáner no únicamente proporciona información geométrica, ya que también aporta datos radiométricos. Se define la reflectancia como la cantidad de intensidad devuelta en relación a la intensidad de haz del láser emitido, tras producirse la incidencia sobre la superficie objeto de estudio. A grandes rasgos, puede establecerse una comparativa entre el funcionamiento del láser escáner, considerando exclusivamente la captura de la información radiométrica, a las cámaras digitales RGB. En ellas, el sensor recoge la luz que refleja el objeto fotografiado, captando las longitudes de onda que se encuentran en el espectro visible, que quedan asociadas a cada pixel.

En el caso del láser escáner, considerando una ausencia de empleo de la cámara fotográfica integrada, cada punto observado se dota de información espacial (coordenadas relativas x, y, z, en base al eje óptico del aparato) y radiométrica (en base a dicha reflectancia). Los rangos en los que se expresa el valor de la reflectancia son variables en función del instrumental empleado, dependiendo de la extensión elegida para el fichero al que se exporten para su manejo, siendo común que los valores se encuentren entre 0 y 1, o por el contrario entre 0 y 255 [4]. Como es obvio, la comparativa anteriormente señalada ha de

distinguir entre una diferencia fundamental, que radica en el carácter activo del láser escáner, frente a la función meramente pasiva de la cámara fotográfica: en el primer caso, se emite una radiación, el haz láser, mientras que, en el segundo caso, simplemente se captura la luz, sin haber emisión por parte del dispositivo.

Todos los objetos expuestos a la luz, absorberán o reflejarán esta energía. Esto puede variar en función del tipo de objeto, ya que, si estos son translucidos o transparentes, pueden transmitir un porcentaje de esta energía a través del objeto.

Si se atiende de forma a la luz reflejada, ésta puede rebotar en todas las direcciones y de diferentes maneras, variando éstas en función de la superficie sobre la que se refleja. El haz de luz, al estar compuesto por diferentes fotones, en caso de rebotar contra una superficie con rugosidad, como pueda ser una roca, éstos salen desperdigados de una forma heterogénea en todas las direcciones del espacio, reflejando cada uno de una forma diferente. Por el contrario, si se refleja en una superficie plana y reflectante, como bien podría ser un espejo, todos los fotones se reflejarán de una manera coherente y ordenada teniendo, un mismo ángulo de reflexión y por ello se dirá que tiene una reflexión especular. De forma general todos los objetos y superficies reflejaran la luz de una forma intermedia a las dos anteriormente señaladas.



Cuadro 3.5. Reflexión especular y reflexión difusa. Fuente: elaboración propia.

Como se ha mencionado anteriormente, la reflectancia se calcula dividiendo la cantidad de energía que es reflejada por la cantidad de energía incidente, dando así un cociente mediante el cual se puede expresar el porcentaje de esa energía que es rebotada o reflejada en relación a la energía que se queda en el objeto.

La reflectancia es calculada en base a la totalidad la energía de carácter incidente, y para toda la energía que es reflejada, la cual se dispersa en todas las direcciones. Si se quiere determinar la energía que se refleja en una única dirección habrá que hacer un proceso de discriminación y se llamará a esta medida reflectancia direccional [14].



3.5.1 Trabajos previos de investigación centrados en la reflectancia

Conocida la reflectancia como un fenómeno físico, ésta se ha empleado en numerosas aplicaciones. En hoy en día juega un papel de vital importancia en los sistemas que se encargan de la toma de datos de forma masiva, entre los que destaca la fotogrametría, la fotografía y el láser escáner. Estos son equipos que utilizan la energía electromagnética como medio para realizar sus medidas. A continuación, se recogen algunos ejemplos generales de desarrollos orientados al aprovechamiento de la información radiométrica [14], no ceñida exclusivamente al trabajo con láser escáner.

En el 1999, se llevó a cabo un estudio desarrollado por investigadores de las universidades de Columbia y Utrecht, en los que se analizaron 60 materiales de un carácter heterogéneo en términos de rugosidad. Aplicando iluminación halógena, se procedió a la medición de la reflectancia en 200 puntos distintos por muestra, determinando el parámetro BRDF (*Bidirectional reflectance distribution function*).

Un caso similar [15] consistió en el análisis de seis materiales diferentes, sometidos a un escaneo en el que se controlaron distancia, dirección, y luz, con objeto de trabajar con los datos obtenidos.

En el 2017, se realizó un estudio que empleaban un sistema de microscopia de reflectancia multiespectral orientado a la identificación y caracterización de las fases de los minerales presentes en menas que se encontraban pulidas. A partir del sistema desarrollado, conocido como CAMEVA, se logró obtener datos similares a los estudiados por el sistema de MEB (Microscopia electrónica de barrido) reduciendo de forma sustancial los costes. Con ello se muestra que este sistema permite la identificación de forma automatizada y fiable de las menas de interés industrial, con ello se ha creado una base de datos en las que están los 70 minerales con mayor interés [16].

3.5.2 Reflectancia e Intensidad.

Considerando el caso concreto del láser escáner particularidades del , y la información radiométrica capturada por el mismo, en ocasiones, desde un punto de vista práctico, tienden a usarse de forma indistinta los términos “intensidad” y “reflectancia”, si bien conforme a lo establecido en la bibliografía existente [17], dicha sustitución no es plenamente válida, ya que existe una dependencia entre la intensidad captada por el láser escáner con la reflectancia, que sería característica del material considerado. Así, se puede establecer una dependencia de la intensidad con respecto a la reflectancia, la distancia, el ángulo formado por el rayo incidente y la normal a la superficie y así mismo las irregularidades en la superficie del objeto. Esta relación se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$I(d,\varphi,\alpha)=R.D(d).G(\varphi,\alpha)$$

- R: Reflectancia.
- D (d): Distancia.
- G (ϕ, α): Angulo de incidencia del rayo respecto de la normal al plano de la superficie, rugosidad superficial.



Considerando un modelo de Lambert, la reflectancia dependerá del material, mientras que la intensidad captada por el láser escáner depende del coseno del ángulo incidente, dividido por el cuadrado de la distancia al objeto.

$$I=R \cdot (\cos(\alpha)/d^2)$$

Considerando una disposición de forma ortogonal del láser escáner en relación a la superficie registrada, la intensidad únicamente dependería de la reflectancia y de la distancia.

$$I=R/d^2$$

Por lo tanto, se puede definir un material de comportamiento Lambertiano aquel en que la intensidad no se encuentre influida por el ángulo de incidencia del rayo láser. Este comportamiento suele encontrarse condicionado por la rugosidad.

Es importante indicar que el presente trabajo se centrará en el empleo de la Intensidad, que con posterioridad pasará a designarse como “reflectancia no corregida”, o por simplificar la terminología, “reflectancia”. Este aparente contrasentido, con respecto a lo anteriormente señalado sobre la ortodoxia de los términos, se debe exclusivamente a un criterio de practicidad. En cualquier caso, a lo largo del texto se recordará en múltiples ocasiones que el objeto del presente trabajo reside en contrastar la posible aplicación de la intensidad, o reflectancia no corregida (es decir, el parámetro directamente obtenible del láser escáner, sin mediación de corrección alguna), para la distinción entre diferentes muestras de carácter pétreo.

3.6 ROCAS ORNAMENTALES

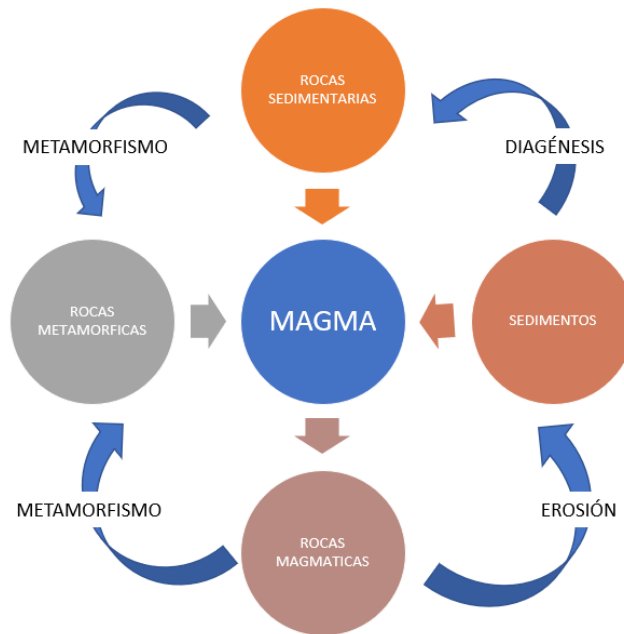
Habiendo considerado los aspectos relacionados con la tecnología del láser escáner, es conveniente llevar a cabo una descripción sobre los principales aspectos relacionados con las rocas ornamentales, algunas de las principales características que cabe considerar en su tipificación, y la realidad del sector productivo asociado a su extracción.

3.6.1 ¿Qué es una roca?

Una roca es un material sólido originado por procesos naturales, de características muy variadas. Atendiendo a la definición recogida en el Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, la roca es un “material sólido de origen natural formado por una asociación de minerales o por uno solo, que constituye una parte importante de la corteza terrestre”. Éstas son, por tanto, sustancias sólidas constituida por un agregado de partículas o varias especies minerales [18].

3.6.2 Tipos de rocas

Habiendo definido el concepto de roca, en la naturaleza se encuentra tres tipos de fundamentales: rocas ígneas, rocas sedimentarias y las rocas metamórficas. El Cuadro 3.6 recoge el denominado “Ciclo de las Rocas”, que de forma simplificada alude tanto a dichas tipologías, como a los procesos que marcan la transición entre unas y otras.



Cuadro 3.6. Proceso litológico. Fuente: Elaboración propia.

- Las rocas ígneas

Este tipo de rocas se forman debido al enfriamiento del magma que existe en el interior de la Tierra. Si el magma se enfría de una forma lenta, sin que llegue a salir a la superficie, genera rocas con cristales bien formados. Éstas se conocen como intrusivas o plutónicas, sirviendo como ejemplo de este tipo de roca el granito. Si el enfriamiento se produce de una forma rápida conforme el magma sale a la superficie, se forman las rocas extrusivas o volcánicas, tales como el basalto. Las rocas subvolcánicas son rocas ígneas intrusivas que se originan cuando el magma o los fluidos hidrotermales mineralizados se abren paso al frente hacia la superficie a través de fisuras, como sucede en el caso de los pórfidos.

- Las rocas sedimentarias

Este tipo de rocas se originan en la superficie terrestre, o el fondo de los mares y lagos, a partir de la acumulación de los materiales procedentes de la erosión de otras rocas. Es este el proceso conducente a la formación de las rocas detríticas, como pueden ser las areniscas. Dentro de las sedimentarias también se encuentran las no detríticas, las cuales pueden provenir de la precipitación química de las sustancias disueltas en el agua o de la acumulación de los restos orgánicos, como sucede en el caso de las calizas.

- Las rocas metamórficas

Este tipo de roca se forma cuando cualquier roca se somete a elevadas presiones y/o temperaturas, sin que se llegue a fusión. Esto hace que varíe tanto la mineralogía como la estructura de la roca inicial, dando lugar a una nueva roca. Dentro de las rocas metamórficas hay dos tipos en función a la textura: foliadas y no foliadas. La foliación es la alineación mineral resultante que proporciona a la roca una textura en láminas o bandas. Puede citarse



como ejemplo la pizarra. Las rocas de textura no foliada, se encuentran compuestas por un único mineral, cuyos cristales se caracterizan por tener una forma equidimensional. Un ejemplo de dicha variante es el mármol.

3.6.3 Roca ornamental

Se emplean los términos “roca ornamental” o “piedra natural”, para referirse a rocas extraídas y trabajadas con el fin de ser utilizadas como material de construcción, debido a dos criterios fundamentales: estético y de calidad. Con frecuencia se recurre a indicadores basados en el consumo de determinadas materias primas o productos para medir el nivel de vida de un determinado país, e indudablemente el uso de la roca ornamental es una forma de la evaluación del nivel de vida actual.

En función del uso final, las rocas pueden someterse a trabajos destinados a adecuar su geometría a las necesidades de aplicación, o bien precisar pulimentos o tratamientos particulares (pulido, flameado, apomazado, etc.), que ensalcen su elevado valor estético. Esto condicionará la complejidad del procesado, que podrá caracterizarse por ser un proceso más o menos artesanal, si bien la mecanización se ha generalizado en el sector. Así, puede igualmente establecerse una distinción entre roca puramente ornamental, y cantería. De la misma manera, también suele utilizarse frecuentemente el término “piedra natural”. En el presente Trabajo Fin de Máster se empleará el término “roca ornamental” para recoger la totalidad de las anteriores variantes. En cualquier caso, como podrá observarse en la selección de muestras sujetas a ensayos, podrían concordar más bien con el concepto más particularizado de “cantería”.

Las rocas ornamentales deben caracterizarse una resistencia mecánica suficiente, es decir, que resista cargas sin deformarse o llegar a fracturarse, y presentar una buena respuesta frente a condiciones ambientales, climáticas o de contaminación [19]. Además, deberán contar con un adecuado grado de vistosidad y belleza, una vez sometida a la pertinente adecuación que, como se ha señalado anteriormente, podrá tener mayor o menor calado.

Dentro de las rocas ornamentales, hay tres grandes grupos [20]:

- Granitos Ornamentales. Se define como tal al “conjunto de rocas ígneas, de mineralogía diversa, que se explotan en forma de bloques de naturaleza coherente y que se utilizan para la decoración, una vez que han sido elaborados con procedimientos tales como aserrado, pulido, tallado, etc.” [20]. Dentro de las variedades del granito ornamental, las rocas de carácter plutónico son las que se encuentran más comercializadas (90%). Las volcánicas, subvolcánicas y metamórficas constituyen casos especiales. Los gneises, se consideran granitos ornamentales, debido a que su semejanza mineralógica con los granitos petrográficos les aporta propiedades estéticas y mecánicas comparables, a pesar de lo dispar de su génesis.
- Mármoles y calizas marmóreas se encuentran formadas por el conjunto de rocas constituidas por minerales carbonatados de dureza 3-4, siempre que puedan obtenerse mediante un disco de diamante probetas de 12x15x1 cm, conforme a las



medidas mínimas establecidas por la Norma UNE22-180-85. Dentro del término de “mármol ornamental” se incluyen además del mármol petrográfico, todo tipo de calizas y dolomías recristalizadas, travertinos, etc.

- En cuanto al término de Pizarra, se define como tal a las rocas metamórficas de bajo grado, originadas por el metamorfismo de sedimentos o rocas arcillosas preexistentes. Su composición mineralógica se encuentra formada por filosilicatos y cuarzo como minerales principales, presentando “pizarrosidad” (presencia de los planos de foliación muy marcados, que permiten la obtención de las placas de espesores milimétricos).

Otras rocas a considera son, por ejemplo, la arenisca, la cuarcita, el alabastro, o la diorita ornamental.

- 3.6.3.1 Situación de la roca ornamental en España

La riqueza, complejidad y diversidad de la geología de la Península Ibérica ha propiciado la disponibilidad de gran variedad de recursos mineros autóctonos, conocidos desde la antigüedad. Así, pueden citarse ejemplos destacables como las explotaciones metálicas, o las de sal desarrolladas ya en época de los fenicios. Atendiendo a la explotación de los recursos ornamentales, ya los romanos extraían el mármol de Macael (Almería).

Debe de tenerse en cuenta que las distintas formas de minería existentes en España han evolucionado de forma similar con el paso del tiempo. La minería metálica, sujeta en gran medida a las fluctuaciones de los mercados de valores y del precio de los propios metales, vio un notable descenso en su protagonismo tras el cierre de las minas de mercurio de Almadén (2001) que se explotaba mercurio y se cerró en el 2001, o la de Reocín (2003), de especial significad para la Escuela en la que se desarrolla el presente Trabajo Fin de Máster. Con el paso del tiempo adquirieron importancia nuevos proyectos asociados a la extracción de cobre (pudiendo citar como ejemplos explotaciones singulares como Cobre las Cruces o Aguas Teñidas, Mina Magdalena o Riotinto). Otros recursos de interés creciente a nivel internacional han sido el níquel, plomo, el cinc, el oro, o la plata, etc.

Frente a la situación anteriormente expuesta, el crecimiento de las rocas ornamentales fue notable hasta el 2007, momento en el que aconteció que provocó la caída del sector de la construcción, conllevando una notable caída en la producción.

Si se atiende a los datos recogidos en la publicación “Panorama Minero 2016” [22] más reciente, puesta a disposición al público por parte del Instituto Geológico y Minero de España en su repositorio digital, en el 2013, España alcanzó una producción aproximada de 170 millones de toneladas de rocas y minerales industrial, lo que supuso una reducción del 70% respecto a la época del 2007 previa a la ya conocida crisis económica. Atendiendo al ejercicio de 2014, la producción española descendió un 3% respecto a 2013.

Pueden presentarse los datos particularizados para las distintas tipologías de roca ornamental el periodo comprendido entre 2007 y 2016 [22]. En dicho periodo, la evolución de la producción del granito ha sido descendente, aunque se atisba la recuperación que ha tenido en el 2016, esto lo puede observarse en la siguiente gráfica.

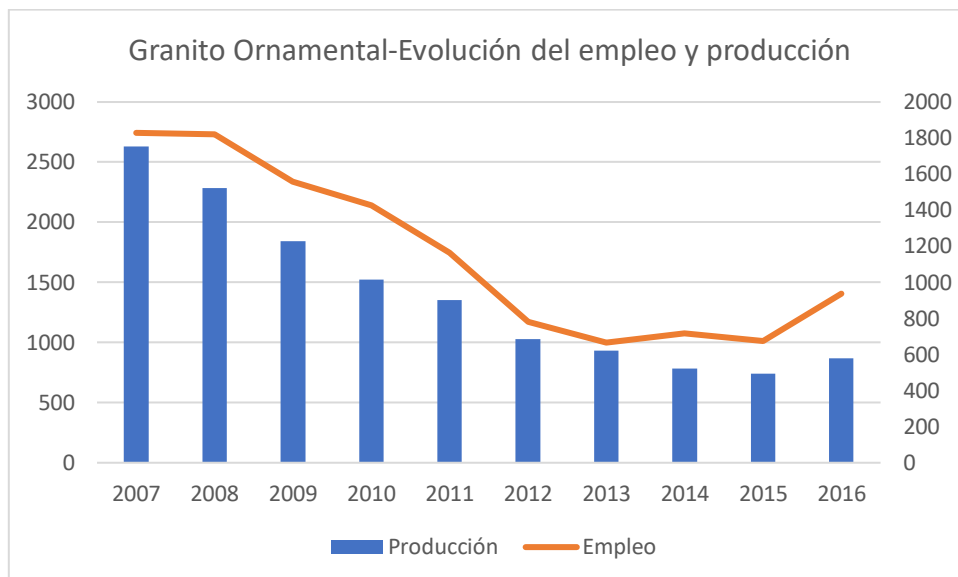


Gráfico 3.1 Evolución del empleo y la producción en el sector del Granito Ornamental.

Entre los años 2007 y 2014, se constató un descenso en la producción del mármol, con excepción del año 2011. Puede observarse igualmente una cierta recuperación correspondiente a los años 2015 y 2016.

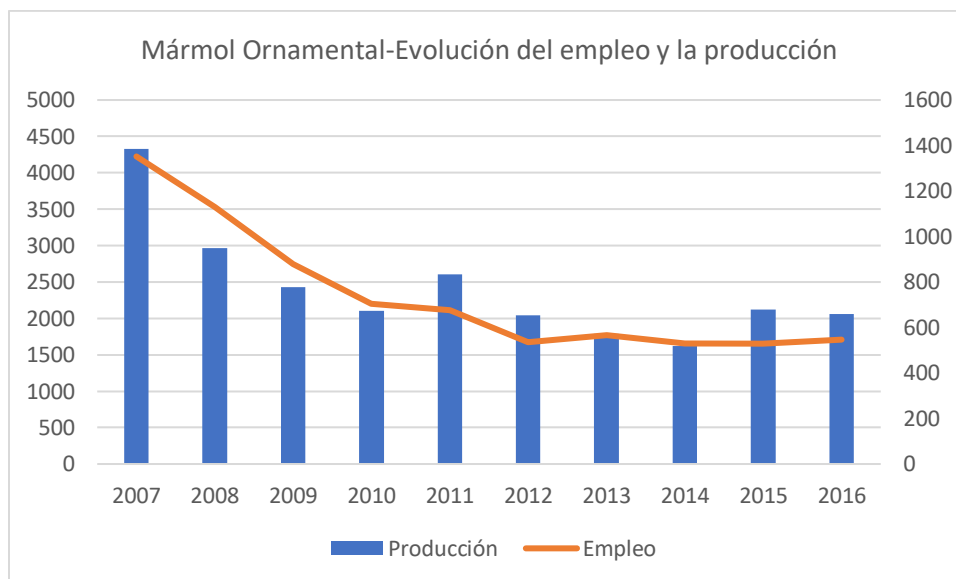


Gráfico 3.2 Evolución del empleo y la producción en el sector del mármol.

Al contrario que el granito y el mármol, la pizarra mantuvo su empleo y producción en los años que abarcan desde el 2007 hasta el 2017.

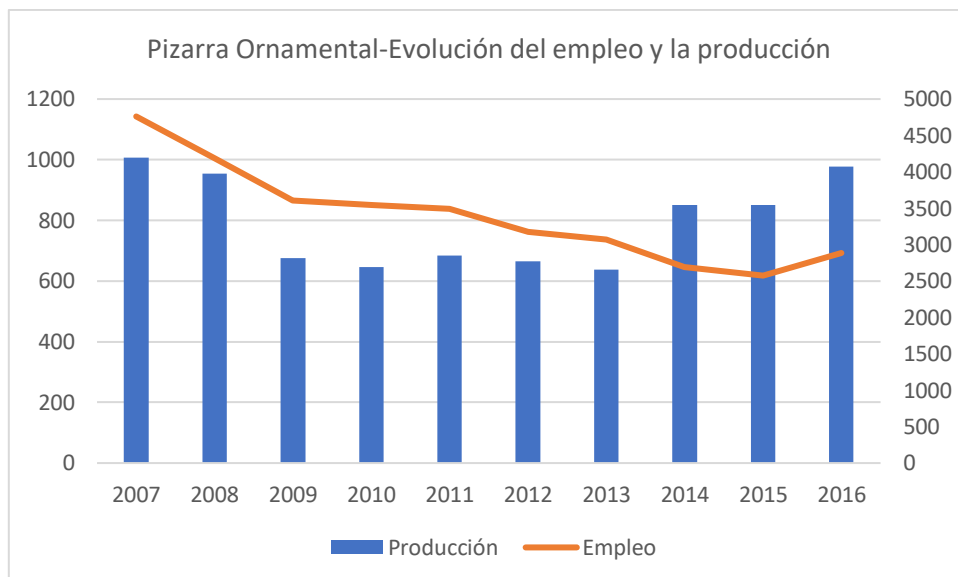


Gráfico 3.3 Evolución del empleo y la producción en el sector de la pizarra.

Considerando la fuente de datos utilizada para la generación de las gráficas anteriores [21], es posible igualmente obtener una imagen de la producción de la arenisca, la cuarcita, el alabastro y la diorita, si bien exclusivamente para el periodo 2012-2014. En el primer caso, el de la arenisca las respectivas producciones anuales para los ejercicios de 2012, 2013 y 2014, fueron respectivamente de 203.934, 196.295 y 177.218 toneladas. Para la cuarcita, 26.934, 21.264 y 39.469 toneladas. En el caso del alabastro, 13.834, 15.900 y 25.722 toneladas. Finalmente, en el caso de la diorita, 1000, 1000 y 400 toneladas.

Acudiendo a datos más recientes, recogidos en la Estadística Minera de 2019 [22], la producción de roca ornamental en España alcanzó los 374 millones de euros, suponiendo un 11% del total nacional. Puede destacarse, frente a una tendencia descendente de la roca ornamental al considerar el periodo general, 2018-2019, un repunte en la pizarra, que ha aumentado tanto en peso como en valor. En el caso del granito, la producción se redujo en un 4%, si bien la reducción en valor fue únicamente del 1%, lo que contribuye a poner de manifiesto la mejora en los precios del material exportado. Teniendo en cuenta la caliza marmórea y el mármol, la caída fue particularmente notable en este último, tanto en términos de peso como en valor.

Como es obvio, estos datos no recogen el impacto asociado a la actual situación de Pandemia, debiendo esperar a la publicación del documento correspondiente a los años 2020 y 2021 para poder constatar dicha evolución. Se tendrán entonces datos concretos que permitan evaluar la incidencia positiva sobre la demanda asociada a las iniciativas de reforma y rehabilitación domésticas derivadas de la constatación de dichas necesidades durante el periodo de confinamiento, frente a las consecuencias negativas de los periodos de inactividad y la incertidumbre tanto laboral como económica. Pese a las situaciones de adversidad sobrevenidas, España es considerada como séptimo productor mundial en cuanto a las rocas ornamentales.



- 3.6.3.2 Principales áreas productoras a nivel nacional.

Los principales tipos de roca ornamental como se ha indicado con anterioridad son el Granito, el mármol y la pizarra. Se recogen seguidamente los principales núcleos productores tradicionales a nivel nacional de granito, mármol y pizarra. La siguiente relación no es exhaustiva, y no se entrará a considerar los principales focos de las restantes variedades de roca ornamental.

Atendiendo a las principales canteras de granito, éstas se localizan de forma principal en plutones post-variscos. El color de esta roca depende del feldespato y del contenido que tiene en biotita., considerándose relacionado con la profundidad de formación. Además de las extracciones del basamento varisco, se han venido explotando recursos graníticos en la zona axial de los Pirineos, y en la Cordillera Costero Catalana. En Galicia se explotan de forma intensiva una docena de variedades. Además de estos puntos, otras canteras de gran magnitud se localizan en Extremadura, Madrid (Blanco Cristal, Blanco Aurora).

Las principales explotaciones de mármol en España se localizan en la cordillera Bética. Se explota en la Sierra de los Filabres en Almería, en donde se extrae el conocido Blanco Macael y otras tipologías blancas, grises, amarilla y crema. Los carbonatos del Cámbrico del Macizo Ibérico contienen en muchas localizaciones mármoles valiosos. Puede citarse igualmente su explotación en pequeñas canteras como las que se encuentran en la sierra Alconera, en Badajoz.

La roca ornamental con mayor importancia en España es la caliza que, como se ha mencionado anteriormente, aun no siendo mármol, se comercializa como tal. En cuanto a las calizas, se pueden encontrar de la época jurásica explotadas de forma intensiva en el Sur de España, siendo conocidas entre otras las calizas crema de Granada, Sevilla y Córdoba o las rojas en Murcia, Alicante, Granada y Málaga. Otro tipo de calizas que destacan por el valor ornamental son la caliza rosa terciaria, la caliza marrón y crema del Jurásico Inferior y Cretácico superior en Valencia y Tarragona y la caliza de color negra, gris, crema y roja de la cuenca del cretácico vasco-cantábrica. A este respecto, y considerándose los focos productores de la región, pueden señalarse ejemplos concretos como el mármol de Escobedo, o la caliza de Tinamenor (Muñorrodero, Cantabria).

España produce y controla el 80% del mercado internacional de la pizarra de techar. Esta actividad tiene un gran peso en la economía en el Sudeste de Galicia y el Oeste de León, donde grandes y pequeñas compañías producen placas de pizarra para techar de una gran calidad. Una gran cantidad de características afectan a la pizarra para techar, tales como las leves diferencias de tamaños del grano, la composición mineralógica (que produce cambios destacables en la capacidad de hendido de la roca), o los contenidos en pirita y en otros sulfuros de hierro que afectan a la pizarrosidad. La localización de las canteras de pizarra está asociada a tres formaciones meteoríticas ordovícicas, originalmente depositadas en la plataforma marina de Gondwana. Las pizarras de la Formación Luarca, en la Zona Centro ibérica se caracterizan por ser negras y masivas y se explotan de forma intensiva en los sinclinales de Truchas y Alcañices.



Como se señaló anteriormente, en esta descripción no se entrará a considerar focos ajenos a la producción de granito, mármol, y pizarra, si bien no resultaría adecuado obviar la importancia y belleza de las areniscas extraídas en Cantabria (Carrejo o San Pedro del Romeral, entre otras localizaciones), tan profusamente empleada en la construcción de algunos de los ejemplos más singulares del patrimonio arquitectónico y cultural de la región.

- 3.6.3.3 Propiedades y caracterización de las rocas ornamentales

El objeto del presente Trabajo Fin de Máster reside en el análisis del comportamiento de distintos ejemplares de rocas de carácter ornamental al ser sometidas a escaneo, y de forma más concreta, la respuesta radiométrica derivada de dicha exposición, y recogida en la pertinente columna de la matriz que se obtendrá como producto del escaneo. Todo ello se plantea con el objetivo de evaluar si resulta factible proponer intervalos concretos en base a los que poder segmentar de forma automática una nube de puntos, con el fin de discernir entre diferentes tipologías. Al margen de la especificidad de la propiedad considerada, es conveniente llevar a cabo una breve descripción de las características y propiedades tradicionalmente consideradas en la definición de la aptitud de una roca para su consideración como ornamental.

La determinación de las características de las rocas se basa en el conocimiento que aporta la Geología, y de forma particular la Petrología. Los distintos procesos geológicos, pueden exógenos o endógenos, condicionan las características principales de las rocas, los minerales y el modo de agregación de los mismos o textura, debiendo considerar igualmente los espacios vacíos, como son los poros y fisuras. Todo esto lo constituye en lo que se denominan las características petrográficas de las rocas, pudiendo discernir entre las siguientes propiedades fundamentales:

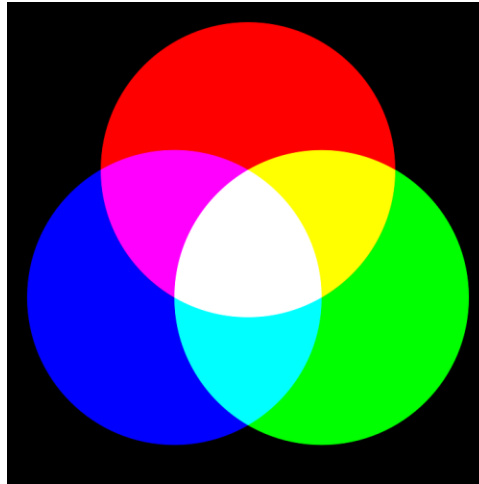
- Las propiedades que caracterizan el aspecto y la constitución física de las rocas son el color, la densidad y la porosidad.
- Las propiedades que caracterizan el comportamiento de las rocas frente al agua son la permeabilidad, transporte del vapor de agua, la capilaridad, absorción y desorción de vapor de agua, secado de las rocas.
- Las propiedades que caracterizan el comportamiento mecánico de las rocas ornamentales son: la resistencia a rotura, resistencia a compresión, resistencia a tracción directa y la resistencia a flexión.

Seguidamente se llevará a cabo una breve descripción de las mismas, conforme a lo recogido en [23].

3.6.3.3.1 *El color.*

La variabilidad del color con una piedra natural no es una característica inevitable, sino que es una cualidad que a diferencia de los materiales artificiales que son homogéneos. Esta sensibilidad de cada roca a la aparición de unas manchas domésticas. Estas manchas son procedentes de procesos de oxidación por norma general.[24]

La ciencia que estudia el color se conoce como colorimetría, y se encarga de los métodos para la cuantificación del mismo. O, dicho de otro modo, los métodos destinados a la obtención de valores numéricos que caractericen el color. Una vez que se encuentran cuantificados los valores se puede operar con ellos y deducir características de los colores obtenidos mediante mezclas, así como para averiguar las cantidades que hay que mezclar de varios colores elegidos y considerados como primarios para obtener el color deseado. Para ello se emplean los valores RGB, esta es la composición en términos primarios que son (Red, Green, Blue).



Cuadro 3.7. Modelo de color RGB. (Imagen de Dominio Público).

El RGB, es el método para la caracterización del color más utilizado. Esta técnica se basa en las coordenadas de los colores primarios rojo, verde y azul, que se utilizan de forma aditiva para representar cada color, por lo que en ella se pueden representar una gama muy amplia de colores, la mezcla de estos tres colores forma el color blanco. Estos valores de RGB tienden en la combinación de 3 cifras cuyo valor mínimo es el 0 y el máximo sería el 255. Por ejemplo, el valor 0,0,0 corresponde con el negro y el valor 255,255,255 corresponde con el blanco. Esta somera explicación, permite caracterizar tres de las columnas observables en la matriz que recoge los puntos escaneados a partir de la aplicación del láser escáner, ya que si, como se ha mencionado con anterioridad, se hace uso de la cámara interna, además de las coordenadas (x, y, z) de los diversos puntos, y la reflectancia, cada uno de ellos aparecerá caracterizado por los valores correspondientes al RGB.

3.6.3.3.2 La densidad.

Este es un parámetro físico básico para la caracterización de las rocas, que depende de una forma directa de su composición mineralógica y la porosidad. Este parámetro se recoge en diferentes especificaciones como la ASTM, para el empleo de las rocas ornamentales en edificación. Por ejemplo, la densidad mínima establecida para el granito es de 2,56 g/cm³. En función consideración que se haga de la porosidad, se podrán definir diferentes tipos de densidad: real, de conjunto y aparente [23].



3.6.3.3.3 La porosidad.

La porosidad de un material pétreo es un parámetro de conjunto que se encuentra definido como el volumen total de poros y el volumen total de la probeta o roca. La porosidad de la roca se puede clasificar dependiendo del grado de interconexión con el exterior. Se define la porosidad abierta como el volumen de poro que presentan un cierto volumen de poros que presentan un cierto grado de interconexión con el exterior, de manera que fluido puede ser transportado. En contraposición, la porosidad cerrada es aquel volumen de poros de una roca que no presenta ningún tipo de conexión con el exterior.

La porosidad total, es la suma de la porosidad abierta y la porosidad cerrada. Este es un parámetro de conjunto muy importante de las rocas ya que controla sus propiedades mecánicas

Las rocas ornamentales porosas tienen una porosidad variable, tanto en términos de rango (del 5 al 40%), como en su grado de conexión con el exterior [23]. Las rocas que son poco porosas y fisuradas, como los granitos y mármoles comerciales y las muy fisurables como las pizarras tienen una porosidad muy baja. En cuanto a la discontinuidad contribuyen muy poco a la porosidad.

3.6.3.3.4 La permeabilidad.

La permeabilidad mide la facilidad de que los fluidos fluyan a través de las rocas. Puede definirse permeabilidad como absoluta y relativa en función del número de fluidos inmiscibles que saturan la roca. La permeabilidad absoluta, k , se define para una roca saturada al 100% de un solo fluido.

3.6.3.3.5 Difusión en fase gaseosa: transporte del vapor de agua.

La difusión al vapor de agua mide la capacidad del gas para atravesar una roca cuando se establece un gradiente de presión entre dos superficies que son paralelas. Si cuando se aplican una serie de productos se produce una importante variación con respecto a la permeabilidad del vapor de agua, se puede llegar a genera una interfase entre la zona que se ha tratado y el interior de la roca, con ello se provoca una zona de alteración, y esto genera una debilidad de carácter mecánico, con el desprendimiento de la capa tratada.

3.6.3.3.6 Capilaridad.

En medios no aturados, el movimiento del agua está controlado por diferentes fuerzas, en función del tamaño de los poros por los cuales discurre. Por ello, destacan como mecanismos de movimiento del agua la adsorción, capilaridad y la gravedad. El transporte del agua mediante la capilaridad es el mecanismo más importante en la mayoría de las rocas ornamentales, y acontece cuando un líquido que moja entra en contacto con un tubo capilar de radio " r ", ascendiendo debido a la tensión superficial de líquido-gas [23].

3.6.3.3.7 Condensación y evaporación.

El proceso de evaporación-condensación en rocas no depende únicamente de la presencia de una interfase aire-agua-superficie del poro, sino que también de los procesos de transporte que se dan en la roca. Si la roca se encuentra completamente seca el vapor se



difunde hacia el interior del material, en función de la humedad relativa del aire. El coeficiente de permeabilidad al vapor de agua cuantifica este transporte. Si se produce la condensación, o la roca se encuentra parcialmente saturada, el movimiento de agua se da simultáneamente en fase líquido y vapor.

La caracterización del comportamiento de las rocas en el proceso de adsorción-desorción se realiza mediante las isotermas de adsorción.

3.6.3.3.8 Secado de las rocas.

El secado de la roca acontece si la velocidad de secado es superior a la de absorción, siendo importante el movimiento de agua, en estados líquido y vapor, del interior al exterior de la roca. Este proceso comprende dos etapas. En la primera de ellas, se pierde agua constante en el tiempo (secado superficial, con aporte por capilaridad de agua procedente del interior de la roca). Al acabar esta etapa, el aporte de agua disminuye hasta alcanzar la humedad crítica en el interior del medio poroso, por lo que la velocidad es menor. Como primera aproximación, y desestimando el agua albergada en fases hidratadas, la máxima cantidad de agua que podrá alojarse en el interior de la roca vendrá determinada por la porosidad conectada [23].

3.6.3.3.9 Resistencia a la rotura.

En la mayoría de las rocas ornamentales en condiciones de presión y temperatura ambiental ordinarias, rompen antes de alcanzar el límite elástico, por lo que puede afirmarse que su comportamiento es frágil. De ahí que la resistencia a rotura sea el parámetro más representativo en la caracterización de su comportamiento mecánico.

La caracterización elástica se basa en aplicar la ley de Hooke a una roca bajo tracción o compresión. El módulo de Poisson (ν), relación entre la deformación axial y la lateral, en la mayoría de las rocas tendrá un valor entre 0,25 y 0,33 [23].

Debe de tenerse en cuenta que la porosidad en sus distintas formas condiciona de forma negativa las propiedades mecánicas del material. Así, en el caso de rocas fisuradas o, fracturadas, estarán fuertemente condicionadas por las discontinuidades. Conviene mencionar igualmente que, dadas las propiedades térmicas de la roca ornamental, pueden sufrir una deformación intrínseca que conlleve su deterioro.

En el campo de las rocas ornamentales o piedra natural, la resistencia a la rotura se obtiene comúnmente con ensayos de compresión uniaxial y flexo-tracción, siendo este el último ensayo más utilizado para caracterizar indirectamente la resistencia a la tracción.

El ensayo de compresión uniaxial es el más empleado para poder calcular la resistencia mecánica de las rocas ornamentales, y se recoge en diferentes especificaciones como la ASTM, para la utilización de las rocas ornamentales. Permite determinar la resistencia uniaxial no confinada de la roca, o resistencia de compresión simple y las constantes elásticas estáticas: módulo de Young y Modulo de Poisson. Por lo tanto, es un ensayo para la clasificación de la roca por su resistencia y para la determinación de su deformabilidad.



La resistencia a tracción directa de una roca se mide mediante la resistencia a tracción uniaxial de un cilindro de roca. Como norma general, el valor de la resistencia a tracción de las rocas varía entre el 10-15% de su resistencia a compresión [25]. Dado lo tedioso de su determinación y la sujeción a numerosos errores de carácter experimental, normalmente se recurre a la determinación indirecta de la resistencia a tracción mediante ensayos tales como el de flexión, o el brasileño.



4. METODOLOGÍA

El presente apartado tiene como finalidad llevar a cabo una descripción pormenorizada del experimento diseñado con objeto someter a contraste la hipótesis inicial que da origen al presente Trabajo Fin de Máster, es decir, contrastar si resulta posible discernir entre muestras diferentes de rocas ornamentales a partir de su comportamiento radiométrico, considerando exclusivamente la intensidad o reflectancia no corregida, sin mediar correcciones a dicho valor, al ser escaneadas con láser escáner. Para que la hipótesis pueda contrastarse con un resultado positivo, debería poder establecerse huellas radiométricas aplicables a una tipología concreta de roca, con independencia de aspectos tales como el ángulo o la distancia, o bien poder proporcionar límites contrastados para poder proceder al segmentado automático de nubes de puntos, que permitiese discernir entre distintas tipologías. El experimento aquí descrito se diseña, por tanto, con el objetivo de contrastar la hipótesis, a través de la evaluación del cumplimiento de las premisas anteriormente mencionadas.

Optar por el trabajo en laboratorio, con muestras de tamaño reducido, está asociado a las ventajas que ofrece dicho entorno controlado para poder modificar la disposición de las mismas, en términos de distancia y ángulo. En cualquier caso, si se obtuviesen resultados positivos, podría plantearse el desarrollo de una campaña de ensayos posterior, destinada a contrastar la extrapolabilidad de la aplicación de la metodología al entorno real de una explotación de roca ornamental, o a la captura de estructuras en las cuales se hayan empleado dichas tipologías de material.

4.1 DISEÑO DEL EXPERIMENTO.

La hipótesis de partida del presente trabajo consiste en la afirmación de que la identificación de muestras de diferentes rocas ornamentales a través de la caracterización de la huella radiométrica, obtenida mediante láser escáner, es posible.

Además, a dicha hipótesis se le añaden una serie de condicionantes, que contribuyen a evaluar que dicha identificación sea posible con independencia del ángulo de incidencia del rayo láser, o de la distancia a la que la muestra se ubique. Para favorecer la comprensión del proceso, y de los programas y recursos empleados en cada etapa conformante del presente experimento, estos últimos aparecerán descritos conforme a su empleo en el flujo de trabajo:

- La primera etapa consiste en la selección de las muestras que serán objeto de estudio, del propio dispositivo empleado, y del lugar dispuesto para el desarrollo del ensayo. Es por ello, que cabría considerar que la descripción de ambos constituye un apartado de “Materiales”.
- Seguidamente, deberá definirse la geometría en base a la cual se desarrollarán los escaneos, considerando ángulos y distancias de captura.
- En tercer lugar, habrá de plantearse el flujo de trabajo para el tratamiento de los datos generados como consecuencia de la campaña de observación, con la finalidad



de adecuarlos para los tratamientos posteriores. Este apartado hace necesaria una consideración inicial sobre qué programas informáticos deberán aplicarse para llevar a cabo dicha rutina

- Como cuarto punto, se presentarán las etapas fundamentales a considerar en el tratamiento estadístico de los datos, así como del software empleado a tal fin.

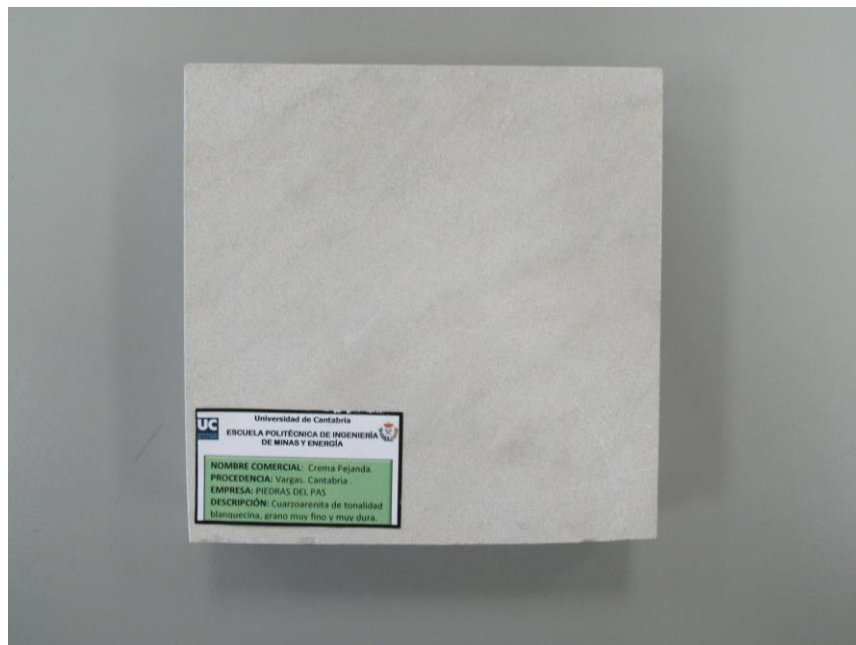
Los puntos anteriormente señalados conforman la estructura que se aportará al presente apartado, de carácter esencialmente descriptivo.

4.1.1 Materiales

- 4.1.1.1 Selección de muestras.

Para el desarrollo del ensayo se han adoptado cinco de las muestras constituyentes de la Exposición de Rocas Ornamentales de la Escuela Politécnica de Ingeniería de Minas y Energía. Concretamente, las muestras empleadas, referidas conforme a su nombre comercial, son las expuestas a continuación:

- CREMA PEJANDA: Cuarzoarenita de tonalidad blanquecina, grano muy fino y muy dura. Procedente de Vargas (Cantabria).



Cuadro 4.1. Muestra 1: Crema Pejanda

- PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR: Arenisca amarilla de la Facies Weald. Procedente del Sinclinorio de Las Loras.



Cuadro 4.2. Muestra 2: Piedra Arenisca de Aguilar.

- ROSALINA: Cuarzoarenita de grano muy fino, con tonos cremas y amarillentos. De Monte Espúreo (Vargas, Cantabria).



Cuadro 4.3. Muestra 3: Rosalina.

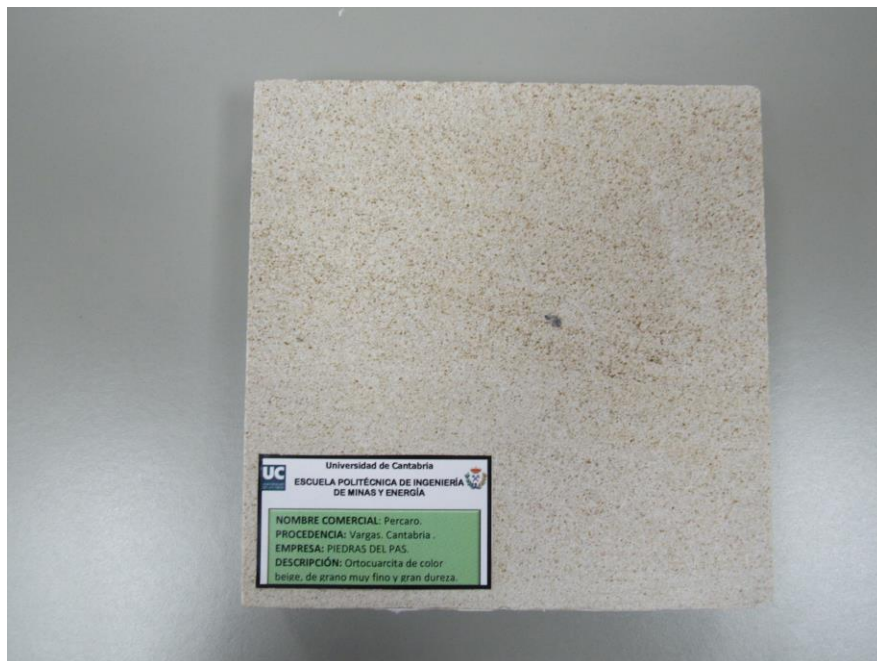


- **MARRÓN BELMONTE:** Arenisca cuarcítica muy compacta, de gran dureza y color rojo-marrón.



Cuadro 4.4. Muestra 5: Marrón Belmonte.

- **PERCARO:** Ortocuarcita de color beige, grano muy fino y gran dureza. Procedente de Vargas, Cantabria.



Cuadro 4.5. Muestra 6: Percaro.

Las muestras seleccionadas, sedimentarias de carácter silíceo, con variaciones cromáticas entre ellas, y que presentan la particularidad de haber sido cortadas con dimensiones coincidentes, lo que a priori, y considerando densidades de escaneos constantes para distancias concretas, aportaría números similares de puntos. La disponibilidad de muestras que cumplieran este condicionante resultó determinante en su selección.

- 4.1.1.2 Láser Escáner

El equipo seleccionado para la captura de datos fue un Laser Escáner de la marca Leica, concretamente el modelo ScanStation P30 (Cuadro 4.7). Si bien no es uno de los modelos más recientes del fabricante, comparte algunas de las características de modelos más recientes, como la disponibilidad de una pantalla con la que llevar a cabo la totalidad de la operación de captura, evitando requerir otros dispositivos.



Cuadro 4.6. Leica ScanStation P30.

Tabla 4. 1 Principales especificaciones del Leica ScanStation P30. [26]



	Especificación técnica
Precisión de alcance	1,2 mm + 10 ppm en todo el alcance
Precisión angular	8'' vertical, 8'' horizontal
Precisión de posición 3D	3 mm a 50 m
Sist. medición distancias	Medición del tiempo de vuelo mejorada con WFD
Longitud de onda	1550 nm (invisible)
Clase de láser	Láser de clase 1 (CEI 60825:2014)
Velocidad de escaneo	Hasta 1.000.000 puntos/s
Alcance máximo	120 m
Campo de vision hz / vertical	360º/290º
Autonomía (2 baterías)	5,5 horas
Dimensiones	238 mm x 358 mm x 395 mm
Peso (con baterías)	13,05 kg

4.1.2 Distribución y diseño de los escaneos.

La captura de datos se llevará a cabo en base a dos estacionamientos fundamentales, caracterizados por la distancia existente entre el propio Láser Escáner y la muestra objeto de estudio.

- **Estacionamiento 1:** Escaneo de las muestras para ángulos formados entre el haz incidente en el punto medio de la muestra, y la superficie a registrar de ésta 30º, 45º, 60º, 90º, -60º, -45º, -30º, a 5 metros de distancia. Implica la realización de 35 escaneos. El parámetro de espaciado de puntos seleccionada para el escaneo es de 1,6 mm a los 10 metros.
- **Estacionamiento 2:** Escaneo de las muestras para ángulos formados entre el haz incidente en el punto medio de la muestra, y la superficie a registrar de ésta 30º, 45º, 60º, 90º, -60º, -45º, -30º, con distancia de 10 metros. Implica la realización de 35 escaneos. El parámetro de espaciado de puntos seleccionada para el escaneo fue de 0,8 mm a los 10 metros.

Se plantea la realización de un **tercer estacionamiento**, a una distancia de 7,5 metros, distancia intermedia entre las dos consideradas, a partir del cual se escaneen algunas de las muestras con ángulos aleatorios. El motivo de dicha operación reside en, en caso de obtenerse resultados positivos de los contrastes desarrollados en el tratamiento posterior, ya sea a través de uno de los métodos considerados, o de los dos, y por tanto ser posible la identificación unívoca de una muestra determinada, tratar de establecer si resulta posible reconocer una muestra concreta, en base a su comparación con los escaneos obtenidos a 5 o 10 metros. Única y exclusivamente se emplearán en el caso de obtención de resultados favorables. Las Tablas 4.2. y 4.3 recogen los escaneos realizados para los estacionamientos a 5 y 10 metros, especificando la muestra considerada y el ángulo.



Tabla 4.2. Estacionamiento a 5 metros.

ESTACIONAMIENTO 1: 10 METROS		
ESCANEEO	MUESTRA	ÁNGULO (°)
ESCANEEO 1	ESCANEEO DE PRUEBA	
ESCANEEO 2	ESCANEEO DE PRUEBA	
ESCANEEO 3	CREMA PEJANDA	90
ESCANEEO 4	CREMA PEJANDA	60
ESCANEEO 5	CREMA PEJANDA	45
ESCANEEO 6	CREMA PEJANDA	30
ESCANEEO 7	CREMA PEJANDA	-30
ESCANEEO 8	CREMA PEJANDA	-45
ESCANEEO 9	CREMA PEJANDA	-60
ESCANEEO 10	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	90
2SCANEEO 11	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	60
ESCANEEO 12	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	45
ESCANEEO 12	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	30
ESCANEEO 14	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	-30
ESCANEEO 15	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	-45
ESCANEEO 16	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	-60
ESCANEEO 17	ROSALINA	90
ESCANEEO 18	ROSALINA	60
ESCANEEO 19	ROSALINA	45
ESCANEEO 20	ROSALINA	30
ESCANEEO 21	ROSALINA	-30
ESCANEEO 22	ROSALINA	-45
ESCANEEO 23	ROSALINA	-60
ESCANEEO 24	MARRÓN BELMONTE	90
ESCANEEO 25	MARRÓN BELMONTE	60
ESCANEEO 26	MARRÓN BELMONTE	45
ESCANEEO 27	MARRÓN BELMONTE	30
ESCANEEO 28	MARRÓN BELMONTE	-30
ESCANEEO 29	MARRÓN BELMONTE	-45
ESCANEEO 30	MARRÓN BELMONTE	-60
ESCANEEO 31	ESCANELO NULO	
ESCANEEO 32	PERCARO	90
ESCANEEO 33	PERCARO	60
ESCANEEO 34	PERCARO	45
ESCANEEO 35	PERCARO	30
ESCANEEO 36	PERCARO	-30
ESCANEEO 37	PERCARO	-45



ESTACIONAMIENTO 1: 10 METROS		
ESCANEEO	MUESTRA	ÁNGULO (°)
ESCANEEO 38	PERCARO	-60

Tabla 4.3. Estacionamiento a 10 metros.

ESTACIONAMIENTO 1: 10 METROS		
ESCANEEO	MUESTRA	ÁNGULO (°)
ESCANEEO 1	ESCANEEO DE PRUEBA	
ESCANEEO 2	CREMA PEJANDA	90
ESCANEEO 3	CREMA PEJANDA	60
ESCANEEO 4	CREMA PEJANDA	45
ESCANEEO 5	CREMA PEJANDA	30
ESCANEEO 6	CREMA PEJANDA	-30
ESCANEEO 7	CREMA PEJANDA	-45
ESCANEEO 8	CREMA PEJANDA	-60
ESCANEEO 9	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	90
ESCANEEO 10	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	60
ESCANEEO 11	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	45
ESCANEEO 12	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	30
ESCANEEO 13	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	-30
ESCANEEO 14	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	-45
ESCANEEO 15	PIEDRA ARENISCA DE AGUILAR	-60
ESCANEEO 16	ROSALINA	90
ESCANEEO 17	ROSALINA	60
ESCANEEO 18	ROSALINA	45
ESCANEEO 19	ROSALINA	30
ESCANEEO 20	ROSALINA	-30
ESCANEEO 21	ROSALINA	-45
ESCANEEO 22	ROSALINA	-60
ESCANEEO 23	MARRÓN BELMONTE	90
ESCANEEO 24	MARRÓN BELMONTE	60
ESCANEEO 25	MARRÓN BELMONTE	45
ESCANEEO 26	MARRÓN BELMONTE	30
ESCANEEO 27	MARRÓN BELMONTE	-30
ESCANEEO 28	MARRÓN BELMONTE	-45
ESCANEEO 29	MARRÓN BELMONTE	-60
ESCANEEO 31	PERCARO	90
ESCANEEO 32	PERCARO	60
ESCANEEO 33	PERCARO	45
ESCANEEO 34	PERCARO	30



ESTACIONAMIENTO 1: 10 METROS		
ESCANEEO 35	PERCARO	-30
ESCANEEO 36	PERCARO	-45
ESCANEEO 37	PERCARO	-60

4.1.3 Tratamiento y adecuación de los datos.

El tratamiento de las nubes de puntos se llevó a cabo con el programa Leica Cyclone (v9.1), con objeto de extraer la información geométrica y radiométrica de los puntos contenidos en el alzado principal de la muestra, eliminando los correspondientes al contorno. Dado lo limitado de la aplicación de este software en el conjunto del procesado, se omitirá la realización de una descripción pormenorizada del mismo. Además, se eliminaron los posibles puntos falsos asociados a los efectos de borde [27] de forma manual. Como puede observarse en las imágenes de las muestras (Cuadros 4.1 a 4.5), éstas cuentan con etiqueta de inventario. El proceso de tratamiento eliminó la franja de muestra afectada por dicha etiqueta).

Además, se procedió a la exportación a formato conveniente. Como se explicará en el subapartado siguiente, los formatos originariamente exportados en *.ptx han de ser importados en Excel, para poder proceder a la eliminación de puntos nulos, y finalmente se exportan a formato *.txt, para facilitar su importación en el programa PSPP.

Para el tratamiento de las nubes de puntos y el desarrollo de las tareas de triangulación se empleó un ordenador portátil modelo Acer Aspire V15, con procesador Intel Core i7-6500U a 2,5 GHz con Turbo Boost de hasta 3,1 GHz, 16 Gb de memoria RAM DDR3 L y tarjeta gráfica NVIDIA GeForce 940 M con 4 Gb de VRAM dedicada.

- 4.1.3.1 Adecuación de formatos

Si bien en función del formato de puntos en cuestión, la nube de puntos puede contener o no información específica sobre aspectos tales como las matrices de transformación que le hayan podido ser aplicadas en caso de registro o alineación (circunstancia que en este caso particular no es de aplicación, al tratarse en todo momento de escaneos individuales que no están sujetos a procesos de unión con otros), en esencia ésta constará información de triple naturaleza. Por un lado, coordenadas relativas con respecto al eje óptico del instrumento (tres primeras columnas en el Cuadro 4.7), intensidad/reflectancia no corregida (cuarta columna), e información cromática, en caso de haberse empleado la cámara interna en la captura (columna quinta a séptima).

Dada la naturaleza del análisis que en el presente Trabajo Fin de Máster se presenta, únicamente resultará relevante la información contenida en la cuarta columna.

Como se mencionó ya con anterioridad, la adecuación de formatos implicó la importación en Excel del fichero generado por Leica Cyclone, para poder proceder a la eliminación de puntos nulos (dotados de coordenadas e información colorimétrica nulos, e intensidad 0,500000).



0	0	0	0.500000	0	0	0
0	0	0	0.500000	0	0	0
0	0	0	0.500000	0	0	0
0	0	0	0.500000	0	0	0
0	0	0	0.500000	0	0	0
0	0	0	0.500000	0	0	0
0	0	0	0.500000	0	0	0
0.413330	5.015381	-0.176025	0.802930	75	107	88
0.413330	5.014404	-0.175537	0.802441	75	107	88
0.413330	5.015381	-0.174561	0.802930	75	107	88
0.413330	5.014893	-0.174072	0.789731	75	107	88
0.413330	5.014893	-0.173096	0.735286	75	107	88
0.413818	5.015381	-0.172119	0.689616	81	116	92
0.413330	5.014893	-0.171631	0.700603	81	116	92
0.413330	5.015381	-0.170654	0.701335	81	116	92
0.413330	5.014893	-0.169678	0.655665	81	116	92
0.413330	5.015381	-0.169189	0.655665	81	116	92

Cuadro 4.7. Puntos nulos (parte superior de la imagen), e información RGB de una nube de puntos. La columna de interés, será la cuarta, que recoge la información de intensidad relativa.

De esta manera se obtiene la nube ya depurada, tal y como puede observarse en el Cuadro 4.8.

0.413330	5.015381	-0.176025	0.802930
0.413330	5.014404	-0.175537	0.802441
0.413330	5.015381	-0.174561	0.802930
0.413330	5.014893	-0.174072	0.789731
0.413330	5.014893	-0.173096	0.735286
0.413818	5.015381	-0.172119	0.689616
0.413330	5.014893	-0.171631	0.700603
0.413330	5.015381	-0.170654	0.701335
0.413330	5.014893	-0.169678	0.655665
0.413330	5.015381	-0.169189	0.655665
0.413330	5.014893	-0.168213	0.650538

Cuadro 4.8. Datos depurados pertenecientes al Escaneo 10 del Estacionamiento 1 (Piedra Arenisca de Aguilar, a 90°).

Finalmente se procedió a la exportación en formato *.txt, para su posterior gestión con el programa PSPP, que como se explicará en el apartado correspondiente a la cuenta con dos pestañas básicas para la visualización de los datos y de variables, tales como x, y, z, o la propia reflectancia.



Archivo Editar Vista Datos Transformar Analizar Gráficos Utilidades					
Caso	X	Y	Z	REFLECTANCIA	Var
1	.413330	5.015.381	-.176025	.802930	
2	.413330	5.014.404	-.175537	.802441	
3	.413330	5.015.381	-.174561	.802930	
4	.413330	5.014.893	-.174072	.789731	
5	.413330	5.014.893	-.173096	.735286	
6	.413818	5.015.381	-.172119	.689616	
7	.413330	5.014.893	-.171631	.700603	
8	.413330	5.015.381	-.170654	.701335	
9	.413330	5.014.893	-.169678	.655665	
10	.413330	5.015.381	-.169189	.655665	
11	.413330	5.014.893	-.168213	.650538	
12	.413330	5.014.404	-.167725	.679850	

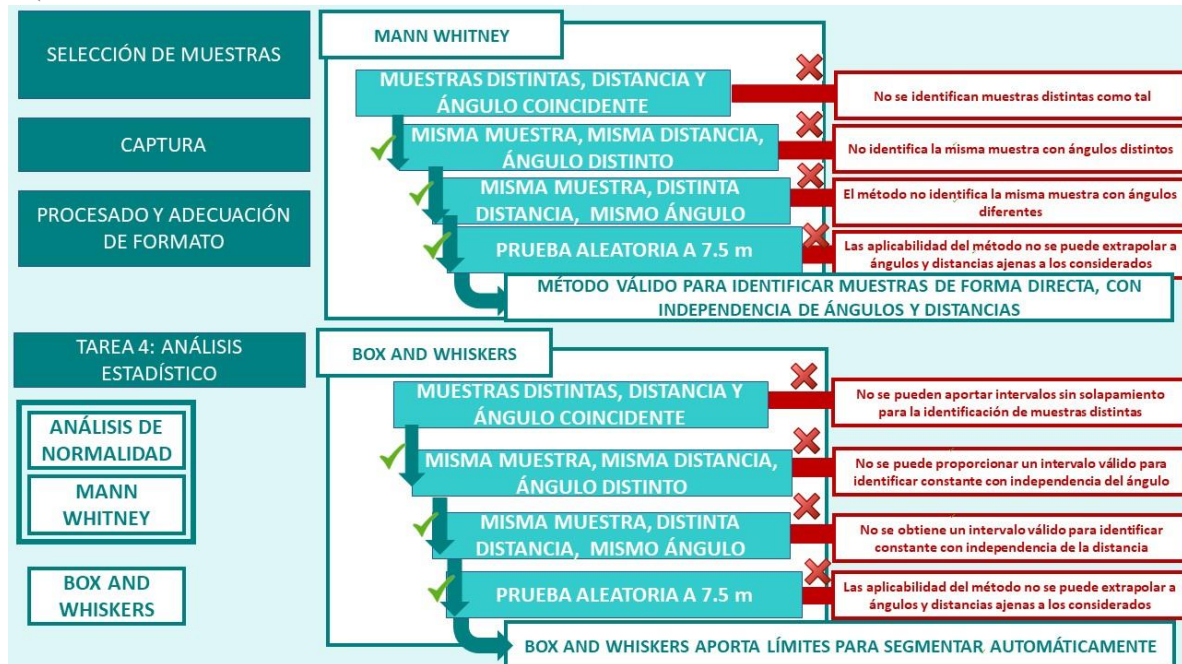
Ilustración 1 Visualización de los datos en PSPP

Cuadro 4.9. Datos depurados pertenecientes al Escaneo 10 del Estacionamiento 1 (Piedra Arenisca de Aguilar, a 90°).

Disponiendo de los datos ya importados en la aplicación de análisis PSPP, es posible llevar a cabo los análisis que serán expuestos de forma pormenorizada en el próximo apartado, Una vez que se encuentran los datos en PSPP ya tratados se realizarán los ensayos y comparaciones entre si con los análisis de Kolmogorov-Smirnov, el test de la U de Mann-Whitney y un análisis de Box and Whiskers.

4.1.4 Tratamiento estadístico.

Como se verá en los epígrafes siguientes, el tratamiento estadístico se compondrá de dos etapas fundamentales. La primera de ellas, busca justificar si se puede lograr la obtención de una huella radiométrica en base a la intensidad o reflectancia no corregida, válida para la identificación de rocas, con independencia de ángulo y distancia. La segunda, implicará el trabajo en base al contraste de la posibilidad de establecer intervalos para el segmentado automático de las nubes de puntos. El Cuadro 4.10 recoge el flujo general de trabajo, incluyendo las etapas de selección de muestras, captura, procesado y adecuación de formato, y enfatiza las etapas en base a las que se desarrollará el análisis, conforme a las premisas a evaluar.



Cuadro 4.10. Flujo de trabajo general. Desglose de los análisis destinados a contrastar la hipótesis inicial.

• 4.1.4.1 Metodología de Mann Whitney

En primer lugar, se buscará comparar a través de la utilización de un test estadístico, con el objeto de determinar si el mismo permite discernir entre muestras diferentes (considerando distancia y ángulo coincidentes), y si permite identificar muestras coincidentes como tal. Para la selección del test más adecuado, deberá primeramente justificarse la normalidad o no normalidad de las muestras. Es previsible que no exista tal ajuste, por lo que lo de antemano se estima que la prueba más adecuada será la U de Mann Whitney, que se referirá en apartados posteriores. En caso contrario, de ajuste a la normal de las distintas muestras, se propondría la T de Student.

Es por ello que, como primera operación dentro de la primera etapa, debe evaluarse la normalidad de las diferentes muestras. A tal fin, se aplica la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov, mediante el empleo del software de código libre PSPP.

Se trata de una prueba de bondad de ajuste, con ello quiere decir que se interesa en el grado de acuerdo entre la distribución de un conjunto de valores de la muestra y una distribución específica. La prueba de Kolmogorov-Smirnov, se aplica en el momento que se quiere comprobar la normalidad de la población, el estadístico de la prueba es la máxima diferencia, en la que es $F_n(x)$ la función de distribución muestral y se toma $F_0(x)$ la función teórica o que corresponde a la población normal. En esta prueba se busca la comparación de dos muestras de carácter independiente $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$ de las variables X e Y que son homogéneas.



El resultado en la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se representa mediante una Z. Esta se calcula a partir de la diferencia mayor (en valor absoluto) entre las funciones de distribución acumuladas teórica y observada.

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si } y_i \leq x, \\ 0 \text{ alternativa.} \end{array} \right\}$$

Para dos colas el estadístico viene dado por:

- $D_n = \max(F_n(x) - F(x))$
- $D_n = \max(F(x) - F_n(x))$

En la que $F(x)$ es la distribución que se presenta como hipótesis.

Habiendo obtenido los resultados de dicha prueba, se llevará a cabo el Test de Mann Whitney (o en su defecto, T de Student), con tres planteamientos diferentes: en primer lugar, contraste entre muestras diferentes, con distancia y ángulo coincidente (¿el test identifica muestras diferentes?), en segundo lugar, comparativa de misma muestra y distancia, con ángulo distinto (¿El test permite identificar la misma muestra con independencia del ángulo?), y por último, misma muestra y ángulo, con distancias diferentes (¿El test permite identificar la misma muestra con independencia del ángulo?). Se plantea por tanto un análisis sucesivo. Ante el primer resultado negativo, el método quedará invalidado. Si los tres pasos aportan resultado positivo, se planteará la comparativa mediante la U de Mann Whitney de las muestras escaneadas a 7.5 m con ángulos aleatorios, pero comprendidos entre la variación indicada en la descripción del proceso de captura (30°, 45°, 60°, 90°, -60°, -45° ó -30°). Este paso se hará exclusivamente si los resultados son positivos. En tal caso, el Test de Mann Whitney podría ser propuesto para la comparativa entre los datos radiométricos derivados del escaneo, y la huella radiométrica de una muestra, considerada patrón, para determinar si son o no coincidentes. Sin duda sería una contribución interesante.

El test de la U de Mann-Whitney (1947) y, también es conocida como la prueba de la suma de rangos de Wilcoxon (1945), en ella se prueban las diferencias existentes entre dos grupos con una única variable ordinal sin una distribución específica. De forma contraria la prueba T, de muestras independientes que también requiere de dos grupos, lo que necesita es una variable única que se mida en el nivel ordinal y se distribuya normalmente. En consecuencia, se refiere a la prueba U de Mann-Whitney como la versión que no es paramétrica de la prueba T paramétrica. Ambas pruebas requieren de dos grupos que se encuentren muestreados, de una forma independiente y así se evalúan si estos dos grupos difieren en una única variable continua. Por otro lado, ambas pruebas difieren en la distribución supuesta. Una prueba que se considera como no paramétrica, esta asume una distribución que no es específica, mientras por el contrario una que es paramétrica sí que asume una distribución específica. Por lo que la U de Mann-Whitney se entiende de forma conceptual como una prueba similar a la t para la determinación si dos grupos que se han



muestreado pertenecen a la misma población. En el caso de que los datos no cumplan con los supuestos paramétricos de dicha prueba t, la U de Mann-Whitney será más apropiada.

El total de los rangos de ambas muestras que se han considerado deben de sumarse, con ello se obtendrán los valores de W_1 y W_2 , desde los cuales se pueden definir los estadísticos de U_1 y U_2 .

$$U_1 = n_1 * n_2 * (n_1 + 1) / 2 - W_1$$

$$U_2 = n_1 * n_2 * (n_2 + 1) / 2 - W_2$$

Si estas muestras comparadas pertenecen a la misma población, se espera que ambos estadísticos arrojen valores similares.

Teniendo la suposición de que las muestras se han extraídos de dos poblaciones similares lleva a esperar que la obtención de los valores de U_1 y U_2 que sean aproximadamente coincidentes.

$$U = U_1 \text{ si } U_1 < (n_1 * n_2) / 2$$

$$U = U_2 \text{ si } U_2 < (n_1 * n_2) / 2$$

En el caso de muestras grandes, como es el que nos ocupa se puede recurrir a la tipificación de U:

$$z = (U - m_U) / \sigma_U$$

$$m_U = (n_1 * n_2) / 2$$

$$\sigma_U = ((n_1 * n_2 * (n_1 + n_2 + 1)) / 12)^{1/2}$$

El Cuadro 4.11 recoge los diversos escenarios en base a los posibles resultados de los contrastes sucesivos.



Cuadro 4.11. Detalle del análisis en base a la U de Mann Whitney.

- 4.1.4.2 Aplicación de los Diagramas Box and Whiskers

Con independencia de los resultados del trabajo en base a la metodología de Mann Whitney, se plantea una segunda línea, basada en la representación de los datos



radiométricos de las distintas muestras en base a los diagramas Box and Whiskers, y la comparativa entre ellos.

El diagrama de Box and Whiskers, también conocido en castellano como el diagrama “de Cajas y Bigotes”, es una representación visual en la que se describen los valores como pueden ser la dispersión y la simetría todo ello englobado en una caja y al mismo tiempo haciendo muy intuitiva su interpretación.

Es por tanto un gráfico constituido en base a una caja de forma rectangular en la cual los lados más largos muestran el recorrido de forma intercuartílico. El rectángulo se divide de forma vertical, en el cual indica la posición de la mediana que es también el cuartil segundo, con ello se establece su relación entre el cuartil primero y el tercero.

La caja se encuentra ubicada a escala, en un segmento en el que tiene los valores extremos como son los mínimos y máximos de la variable. Las líneas que se encuentra por fuera de la caja al final se designan como bigotes (“whiskers”). Suponen el límite a partir del cual, cualquier dato presente se identificará de forma individual.

De una forma más concreta se puede indicar la representación del grafico de Box and Whiskers de la siguiente manera:

- Primer cuartil: Es el 25% de los valores menores o igual al valor que se encuentra marcado como el punto 2.
- Mediana o Segundo cuartil: Esta división se realiza en la mitad dejando dos partes iguales a cada distribución. De manera que el 50% de los valores serán mayores o igual al punto 3 que se encuentra marcado en el gráfico.
- Tercer cuartil: El 75% de los valores son menores o igual a este valor que es el punto 4 de la gráfica.
- Rango intercuartílico: Se considera la diferencia del valor entre el tercer y el primer cuartil.

En este tipo de gráficos, es posible apreciar máximos o mínimos muy elevados, por lo que se consideran valores raros. Algunas de las ventajas que tiene este tipo de grafico es que la visualización de la distribución de una variable si es asimétrica o si se aleja de la distribución normal se hace de forma rápida además también se pueden comparar con facilidad las distribuciones entre grupos.

Si la mediana se sitúa en el centro de la caja entonces quiere decir que la distribución es simétrica y con ello tano la media, mediana y moda coinciden.

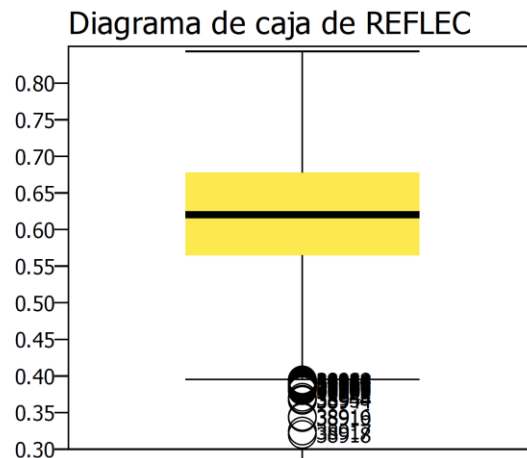
Si por el contrario la mediana corta la caja en dos lados desiguales se tiene:

- Asimetría positiva o sesgada a la derecha si la parte más larga de la caja es la parte superior de la mediana. Estos datos se concentran en la parte inferior de la distribución, por lo general la media suele ser superior a la mediana.



- Asimetría negativa o sesgada a la izquierda, si la parte más larga es la inferior a la mediana. Los datos se concentrarán en la parte superior a la distribución la media suele ser menor que la mediana.

En cuanto a los bigotes sirven para determinar el límite para la detección de los valores atípicos. Los bigotes se consideran que deben de tener una longitud máxima, pero esta longitud no debe de ser superior al 150% del rango intercuartílico. Por ello el límite no podrá superar las 1.5 veces del Rango Intercuartílico (RIC), si el máximo no supera ese valor, la longitud del bigote será desde el tercer cuartil hasta el máximo, esto será de forma similar en la zona inferior.



Cuadro 4.12. Ejemplo de Diagrama Box and Whiskers. Fuente: Elaboración propia.

Si existiese una ausencia de solapamiento entre muestras dispares, podrían aportarse límites concretos para la segmentación automática de nubes de puntos, mediante la aplicación de herramientas tales como Cloud Compare. Para ello, en primer lugar, se representarán muestras diferentes, con distancia y ángulo coincidente (¿las muestras distintas presentan intervalos no solapados?), en segundo lugar, comparativa de misma muestra y distancia, con ángulo distinto (¿los intervalos mantienen una cierta constancia con independencia del ángulo? ¿Podrían proporcionarse unos límites no sujetos a corrección, para una muestra concreta, con independencia del ángulo?), y, por último, misma muestra y ángulo, con distancias diferentes (¿los límites mantienen una cierta constancia con independencia de la distancia? ¿Podrían proporcionarse unos límites no sujetos a corrección, para una muestra concreta, con independencia del ángulo?). Si todas las pruebas anteriores aportasen resultado positivo, se llevaría a cabo el trabajo en base a las muestras escaneadas a 7,5 m. El Cuadro 4.9 recoge el flujo de trabajo desarrollado en base a los diagramas Box and Whiskers, con los posibles escenarios derivados de los resultados que ofrezcan.



Cuadro 4.13. Detalle del análisis en base al empleo de Diagramas Box and Whiskers.

- 4.1.4.3 Software empleado: PSPP

La aparición de múltiples paquetes informáticos ha simplificado de forma notable el desarrollo de trabajos basados en el análisis estadístico, como pueda ser el asociado al presente Trabajo Fin de Máster. La mayoría de dichos programas incluyen herramientas específicas de estadística descriptiva, inferencia y representación gráfica de los datos.

Uno de las alternativas de carácter libre es el conocido como PSPP [25], que se considera una alternativa gratuita al conocido como SPSS, de carácter propietario.

El programa PSPP [28] se encuentra englobado dentro del proyecto que se conoce como GNU. Este proyecto, fue iniciado por Richard Stallman, que tenía como propósito crear un sistema operativo que fuera completamente libre (sistema GNU). Éste se distribuye mediante los términos de las licencias GPL (General Public Licence), de las que la más conocida es la GNU GPL. Bajo el dictamen de estas licencias, el creador del producto conservaría los derechos de autor, pero permitirá la distribución de él mismo, la modificación del código, siempre que el producto se encuentre bajo la licencia de GNU GPL.

PSPP se presenta en modo gráfico, y está basado en el lenguaje de programación C, la biblioteca de la que se apoya es GNU para sus rutinas de carácter matemático y la generación de gráfico. Se ha diseñado como una alternativa libre a SPSS (*Statistical Package for the Social Sciences*), por lo que en él se pueden realizar muchas de las tareas rutinarias que la otra alternativa ofrece, como pueden ser, análisis de varianza, regresiones lineales, pruebas no paramétricas. La versión empleada es la 1.4.1, publicada en septiembre de 2020. Dada la naturaleza del programa y de la versión, ésta no se encuentra completa, está en continuo progreso, y constituye un importante apoyo en el manejo de la estadística descriptiva.

PSPP genera tablas y gráficos como salida, los cuales pueden producirse en varios formatos. Actualmente son compatibles el ASCII, PostScript, PDF, HTML y DocBook.



Con la puesta en marcha del funcionamiento del programa, como sucede en todos los softwares, el usuario dispone de una interfaz para comunicarse con el programa, que se conoce con el nombre de GUI (términos coloquiales, “la consola”).

A la hora de realizar la actividad en el programa PSPP, se debe de buscar en el escritorio el icono de PSPP, que se muestra en la anterior imagen. Una vez se ha abierto el programa, se abrirán dos pestañas en las que se encuentran el editor de datos y el visor de resultados.

En la ventana de editor de datos, se encuentra una matriz de filas y columnas en las cuales se pueden introducir los datos.

Archivo Editar Vista Datos Transformar Analizar Gráficos Utilidades Ventanas Ayuda										
Caso	REFLEC	ANGULO	Var	Var	Var	Var	Var	Var	Var	Var
1	.439551	60								
2	.464454	60								
3	.493278	60								
4	.504265	60								
5	.512566	60								
6	.486442	60								
7	.452003	60								
8	.424659	60								

Cuadro 4.14. Captura de la vista de datos del PSPP.

Dentro de la barra de menús del editor de los datos, se pueden visualizar todos los comandos que se encuentran a disposición del usuario:

- Menú archivo: Incluye los comandos dentro de su desplegable de crear, guardar o abrir archivos de PSPP. También tiene la posibilidad de exportar los archivos o bien renombrar los archivos de los datos.
- Menú editar: En él se encuentran los comandos para cortar, copiar o pegar elementos de un archivo, eliminar filas o columnas que se encuentren seleccionadas, también da la posibilidad de insertarlas. Este menú tiene comandos para buscar un valor en la variable seleccionada, o para ir al número de caso que se especifique.
- Menú vista: Por su parte, da acceso a diferentes posibilidades de visualización en la pantalla pudiendo poner etiquetas de valor, variar el tipo de fuente, incluir líneas divisorias.
- Menú datos: incluye los comandos para poder ordenar los casos, trasponer, agregar, además de poder hacer una división en el archivo, así como seleccionar los casos que cumplan con una condición o ponderar dichos casos.
- Menú transformar: incluye los comandos para poder hacer el cálculo de una nueva variable. Este además permite la recodificación de una variable con la recomendación dada, creando una nueva variable a partir de una variable original.



- Menú analizar: incluye una serie de comandos que se encuentran relacionados con el análisis estadístico. Estos se emplean con relativa frecuencia, los que destacan son Estadística descriptiva que engloba las frecuencias, descriptivos, explorar, tablas cruzadas, en comparar medias se pueden realizar la prueba de t, ANOVA, en los valores de correlaciones se encuentran las Bivariadas y en regresión estarán las regresiones lineales entre otras.
- Menú utilidades: incluye comando para visualizar la información que está relacionada con las variables del archivo y también puede controlar el sistema de gestión de los resultados.

En la ventana del visor de los resultados se dispone de los siguientes menús: “Archivo”, “Editar”, “Ventanas”, “Ayuda”. A partir del menú Archivo se puede exportar e imprimir. En el menú de editar permite seleccionar todo y copiar. Por otro lado, en el menú “Ventanas” pueden minimizar todas las ventanas y por último con el menú Ayuda nos da acceso al Manual de referencias del programa.

En cuanto a la ventana de definición de las variables (Cuadro 4.12), es la primera que se utiliza, puesto que antes de comenzar a la introducción de los datos se necesita definir dichas variables para poder obtener la estructura de la base de datos. Esto se realiza mediante la pestaña de Vista de Variables, la cual se encuentra en la parte inferior izquierda del Editor de Datos.

Variable	Nombre	Tipo	Ancho	Decimal	Etiqueta	Etiquetas de Valor	Valores perdidos	Columnas	Alineación	Medida	Rol
1	REFLEC	Númerico	9	6		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Escala	Entrada
2	ANGULO	Númerico	2	0		Ninguno	Ninguno	8	Derecha	Escala	Entrada
3											

Cuadro 4.15. Captura de la vista de variables.

En la visualización de las Variables se incluyen 12 columnas, las cuales engloban los siguientes términos.

- Nombre: En esta columna se escribe el nombre de la variable, el ejemplo recogido en el Cuadro 4.12 “REFLEC”, que alude a la reflectancia y “ANGULO”. Los nombres de las variables deben de comenzar por una letra y pueden incluir letras, números o algún símbolo. Además, se sugiere que no excedan los ocho caracteres. Cada nombre que se defina como variable deberá de ser diferente al resto de variables que hay en el archivo.
- Tipo: En él se indica la tipología de la variable pudiendo ser las siguientes: numérico, coma, punto, notación científica, fecha, dólar, moneda propia o cadena. La tipología más común es la numérica a menos que se trate de nombres o domicilios.



- Anchura: Delimita el número de caracteres que aparecen en la columna. Esto se hace para reducir su número. El valor insertado debe partir de 0, y de norma general se asigna 8. En este ejemplo se han asignado 9 y 2 respectivamente.
- Etiqueta: Al pinchar en el valor de Etiqueta, se activa el cuadro de texto que permite describir la explicación o definir la variable. En esta celda no existirá límite de caracteres ni restricción del tipo de caracteres que se puedan emplear.
- Etiqueta de valor: Este es útil cuando se tienen varias variables cualitativas, nominales u ordinales de dos o más categorías.
- Valores perdidos: Sirve para conocer el motivo por el cual se perdió un dato, ya que puede ser por varios motivos, el encuestado no quiso responder, si fue un error de laboratorio, si no se midió ese punto, etc.
- Columnas: Se emplea con la finalidad de definir el número de dígitos que son necesarios para visualizar correctamente los valores de la variable. En el ejemplo recogido en el Cuadro 4.12 serían 8.
- Alineación: corresponde a la presentación de los datos en la misma celda, pudiendo ser alineado en la derecha, en la izquierda o en el centro.
- Medida: Se pueden asignar tres opciones a la media. Estas son escala si se trata de una variable cuantitativa, nominal si la variable es cualitativa nominal u ordinal si por el contrario la variable es cualitativa ordinal.
- Rol: Sirve para darle papeles a una variable para posteriormente hacer su uso en las interfaces. Las posibilidades son: entrada, objetivo, ambos, ninguno, partición y división.
- 4.1.4.4 Estadísticos empleados.

Los estadísticos que se han empleado en la realización del presente documento a partir del programa PSPP son el test de normalidad, la U de Mann-Whitney y el diagrama de Box and Whiskers. Los pasos destinados a la ejecución de los mismos en PSPP se recogen a continuación.

La forma de determinar si una variable tiene una distribución normal o por el contrario no la tiene se ha realizado a partir del test de Kolmogorov-Smirnov de una muestra. Este es un test de carácter no paramétrico en el que se basa en la comparación de toda la muestra frente a una distribución normal y se ejecuta con el PSPP de la siguiente forma, Analizar> Pruebas no paramétricas > K-S para una muestra.



Variable	Nombre	Tipo	Ancho	Decimal	Etiqueta	Etiquetas de Valor	Valores perdidos	Columnas
1	X	Numérico	9	6		Ninguno	Ninguno	8
2	Y	Punto	11	0		Ninguno	Ninguno	8
3	Z	Numérico	10	6		Ninguno	Ninguno	8
4	REFLEC	Numérico	9	6		Ninguno	Ninguno	8
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								

Cuadro 4.16. Test de Kolmogorov-Smirnov.

En esta prueba hay que especificar la variable “REFLEC” objeto de análisis, y seleccionar la distribución normal. El resultado, además de proporcionar un resumen (Cuadro 4.14), indica el valor estadístico de la Z de Kolmogorov-Smirnov y alfa (Sign. Asint. (2-colas)) que es determinará la probabilidad que la distribución sea normal.

Prueba Kolmogorov_Smirnov para una muestra

		REFLEC
<i>N</i>		30591
<i>Parámetros Normal</i>	<i>Media</i>	.58
	<i>Desviación Estándar</i>	.05
<i>Diferencias Más Extremas</i>	<i>Absoluto</i>	.03
	<i>Positivo</i>	.03
	<i>Negativo</i>	-.01
<i>Z de Kolmogorov-Smirnov</i>		5.03
<i>Sig. Asint. (2-colas)</i>		.000

Cuadro 4.17. Captura de la tabla resultante del Test de Kolmogorov-Smirnov.

Cuando no se cumplen los requisitos para hacer el estudio con un test paramétrico como sería el test de Komogorov-Smirnov, se tiene que recurrir al test no paramétrico, que se emplean cuando la variable que se quiere medir no es continua, sino que es ordinal, o no sigue una distribución normal y también puede deberse a que el tamaño muestral sea pequeño o que las muestras tengan tamaños muy diferentes. A efectos prácticos, la reflectancia se considerará continua, por lo que la aplicación del test es admisible.

Una vez que se opta por un método no paramétrico, se emplea la U de Mann Whitney que sería el similar a la T de Student en muestras paramétricas. La ejecución del test de Mann-Whitney comprueba si dos grupos de datos vienen de poblaciones diferentes.

En cuanto a la realización de este estudio con el PSPP, se tiene que hacer a partir del editor de sintaxis, ya que no está disponible este comando, la sintaxis se puede visualizar en la siguiente imagen.



```
Archivo  Editar  Ejecutar  Ventanas  Ayuda
1  NPAR TESTS
2  /MANN-WHITNEY=REFLEC BY ANG ("90","60")
```

Cuadro 4.18. Sintaxis de U de Mann-Whitney.

En el que se los valores serían los siguientes:

- Var_Dependientes: lista de variables dependientes a analizar.
- varIndependiente: variable independiente que se utilizará para generar los grupos.
- Grupo 1 y grupo 2: valores de la variable independiente que conforman cada uno de los grupos se tienen que introducir entre comillas.

Después de la ejecución del mismo se obtienen los siguientes resultados del ejemplo tomado.

NPAR TESTS

Rangos

	N			Rango
	90	60	Total	90
REFLEC	44144.00	38910.00	83054.00	53678.80
	medio	Suma de Rangos		
	60	90	60	
REFLEC	27741.66	2369597077.00	1079427908.00	

Pruebas Estadísticas

	U de Mann-Whitney	W de Wilcoxon	Z	Sig. Asint. (2-colas)
REFLEC	322414403.00	1079427908.00	-155.57	.000

Cuadro 4.19. Captura del resumen resultante del Test U de Mann-Whitney.

Dentro de los resultados que se muestran, el valor más importante es el que marca la columna de Sig. Asint. (2-colas) la cual indica la probabilidad de que las diferencias de las muestras se deban al azar. Por tanto, un bajo valor de dicha significancia podrá emplearse para afirmar que las muestras son distintas.

El último estadístico empleado es el diagrama de Cajas y Bigotes (Box and Whiskers), que supone una representación visual en la que se describen gráficamente valores tales como pueden ser la dispersión y la simetría todo ello englobado en una caja y al mismo tiempo haciendo muy intuitiva su interpretación.

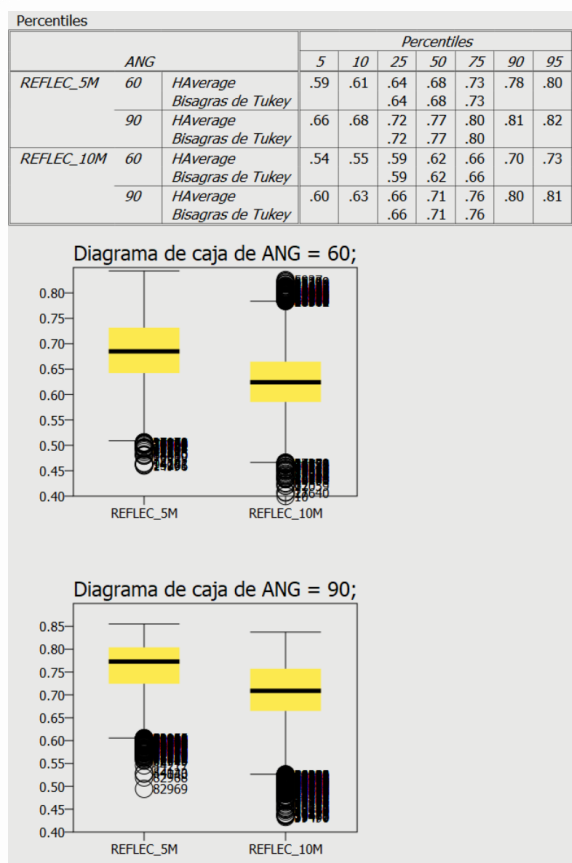
Para la realización del mismo se debería de abrir un cuadro de sintaxis e introducir los datos que se encuentran en la siguiente imagen tomando los datos de una muestra del presente estudio.



```
Archivo  Editar  Ejecutar  Ventanas  Ayuda
1  examine
2  variables= REFLEC_5M REFLEC_10M
3  by ANG
4  /statistics=extreme(1)
5  /plot=boxplot
6  /compare=variables
7  /percentile
-
```

Cuadro 4.20. Sintaxis diagrama de Cajas y Bigotes.

En la sintaxis que aparece en la ilustración superior se ve cuáles son las variables consideradas, “REFLEC_5M” y “REFLEC_10M”, y el análisis que está desarrollando en base al ángulo, designado como “ANG”. Con todo ello, en el *boxplot* se van a mostrar los extremos, se hará una comparación de los datos estudiados, y se obtendrán los percentiles, la mediana y se podrán visualizar los *outliers*.



Cuadro 4.21. Síntesis del Diagrama de Cajas y Bigotes.



5. RESULTADOS

El presente capítulo recoge los resultados de los análisis desarrollados, en base a los dos métodos planteados. El primero de ellos, implica el contraste de la normalidad de la totalidad de las muestras. En caso de que las muestras no se ajusten a la normal, situación previsible, el Test a considerar será la U de Mann Whitney, anteriormente descrito. En caso contrario, se podría llevar a cabo con la T de Student. Este primer método tiene como objeto determinar si es posible establecer una huella radiométrica, en base a la intensidad o reflectancia no corregida. Es decir, aquella que registra el láser escáner, sin mediar corrección alguna.

El segundo método, busca determinar si es posible plantear unos límites de intensidad o reflectancia no corregida, que puedan ser presentados como valores inequívocos para la segmentación de nubes de puntos automática. En tal caso, los diversos diagramas deberían poner de manifiesto una ausencia de solapamiento. Debe de tenerse en cuenta que, dada la naturaleza del ensayo, y el volumen de muestras considerado, la evaluación del solapamiento se llevará a cabo de una manera cualitativa, en base a la observación de los diagramas.

5.1 METODOLOGÍA PRIMERA: APLICACIÓN DE LA U DE MANN WHITNEY

Como se ha mencionado anteriormente, para poder elegir el test más adecuado a aplicar en el contraste por parejas de las diversas muestras, es necesario garantizar el ajuste a la normal de las diversas muestras consideradas. Es por ello que, como paso ineludible para la aplicación de esta metodología, deberá justificarse dicho ajuste. Para ello, se propone la Prueba de Normalidad de Kolmogorov-Smirnov, cuya relación de resultados se incluye como subapartado inicial al exponer la aplicación de este primer método.

5.1.1 Prueba de Normalidad de Kolmogorov-Smirnov

- 5.1.1.1 Prueba de Normalidad de Kolmogorov-Smirnov para el Estacionamiento 1 (5m)

Se han realizado la Prueba de Kolmogorov-Smirnov para los 35 escaneos válidos que se han tenido en cuenta en este estudio, analizando la reflectancia. Con el análisis de Kolmogorov-Smirnov se busca la obtención de los valores de la Z, en los múltiples análisis que se han realizado para esta prueba de 5m, han tenido el resultado de 0.000. Estos datos se muestran a continuación en la siguiente tabla en la cual se encuentran referenciadas los escaneos que se han tomado en función de cada una de las muestras y los ángulos con los que se ha medido para obtener las siguientes tablas en función de las muestras.

Tabla 5. 1. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 1 (Crema Pejanda) en el Estacionamiento 1.

Muestra 1: Crema Pejanda			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC3	90	29,33	0,000
ESC4	60	4,63	0,000



Muestra 1: Crema Pejanda			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC5	45	5,03	0,000
ESC6	30	3,59	0,000
ESC7	-30	3,29	0,000
ESC8	-45	3,43	0,000
ESC9	-60	4,10	0,000

Tabla 5. 2. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 2 (Piedra Arenisca de Aguilar) en el Estacionamiento 1.

Muestra 2: Piedra Arenisca de Aguilar			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC10	90	52,99	0,000
ESC11	60	17,71	0,000
ESC12	45	4,13	0,000
ESC13	30	4,73	0,000
ESC14	-30	4,55	0,000
ESC15	-45	3,29	0,000
ESC16	-60	17,83	0,000

Tabla 5. 3. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 3 (Rosalina) en el Estacionamiento 1.

Muestra 3: Rosalina			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC17	90	50,87	0,000
ESC18	60	15,26	0,000
ESC19	45	4,07	0,000
ESC20	30	2,91	0,000
ESC21	-30	3,98	0,000
ESC22	-45	3,44	0,000
ESC23	-60	18,16	0,000

Tabla 5. 4. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 4 (Marrón Belmonte) en el Estacionamiento 1.

Muestra 4: Marrón Belmonte			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC24	90	3,89	0,000
ESC25	60	5,25	0,000
ESC26	45	3,74	0,000
ESC27	30	3,86	0,000
ESC28	-30	4,49	0,000



Muestra 4: Marrón Belmonte			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC29	-45	5,29	0,000
ESC30	-60	4,65	0,000

Tabla 5. 5. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 5 (Percaro) en el Estacionamiento 1.

Muestra 5: Percaro			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC32	90	26,10	0,000
ESC33	60	3,09	0,000
ESC34	45	3,73	0,000
ESC35	30	4,23	0,000
ESC36	-30	3,11	0,000
ESC37	-45	4,17	0,000
ESC38	-60	4,17	0,000

- 5.1.1.2 Prueba de Normalidad de Kolmogorov-Smirnov para el Estacionamiento 2 (10 m).

Se han realizado los ensayos de Kolmogorov-Smirnov a una distancia de 10 metros, para las 38 muestras que se han tenido en cuenta en este estudio, analizando la reflectancia. Con el análisis de Kolmogorov-Smirnov se busca la obtención de los valores de la Z y de la significancia. Como podrá observarse, en los múltiples análisis que se han realizado para el escaneo a 10m, se ha obtenido el resultado de 0,000 para dicho parámetro.

Tabla 5. 6. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 1 (Crema Pejanda) en el Estacionamiento 2.

Muestra 1: Crema Pejanda			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC2	90	0,94	0,335
ESC3	60	4,07	0,000
ESC4	45	3,81	0,000
ESC5	30	5,22	0,000
ESC6	-30	3,23	0,000
ESC7	-45	3,71	0,000
ESC8	-60	4,89	0,000

Tabla 5. 7. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 1 (Piedra Arenisca de Aguilar) en el Estacionamiento 2.

Muestra 2: Piedra Arenisca de Aguilar			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC9	90	14,48	0,000



Muestra 2: Piedra Arenisca de Aguilar			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC10	60	4,12	0,000
ESC11	45	5,39	0,000
ESC12	30	6,58	0,000
ESC13	-30	3,69	0,000
ESC14	-45	4,11	0,000
ESC15	-60	5,18	0,000

Tabla 5. 8. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 2 (Rosalina) en el Estacionamiento 2.

Muestra 3: Rosalina			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC16	90	19,07	0,000
ESC17	60	5,07	0,000
ESC18	45	3,68	0,000
ESC19	30	3,49	0,000
ESC20	-30	5,10	0,000
ESC21	-45	4,50	0,000
ESC22	-60	3,45	0,000

Tabla 5. 9. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 1 (Marrón Belmonte) en el Estacionamiento 2.

Muestra 4: Marrón Belmonte			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC23	90	3,40	0,000
ESC24	60	5,04	0,000
ESC25	45	4,84	0,000
ESC26	30	4,05	0,000
ESC27	-30	4,07	0,000
ESC28	-45	5,95	0,000
ESC29	-60	5,82	0,000

Tabla 5. 10. Ensayo de normalidad para los distintos escaneos efectuados de la Muestra 1 (Percaro) en el Estacionamiento 2.

Muestra 5: Percaro			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC30	90	3,85	0,000
ESC31	60	4,51	0,000
ESC32	45	4,72	0,000
ESC33	30	6,14	0,000



Muestra 5: Percaro			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC34	-30	4,18	0,000
ESC35	-45	5,33	0,000
ESC36	-60	4,39	0,000

- 5.1.1.3 Prueba de Normalidad de Kolmogorov-Smirnov para el Estacionamiento 2 (10 m).

Como se señaló anteriormente, la utilización de los escaneos captados a partir del estacionamiento realizado a 7.5 metros únicamente se plantea caso de que la totalidad de los pasos sucesivos planteados para la aplicación de la primera metodología den resultado positivo. En cualquier caso, se adjuntan los datos relativos al desarrollo de la Prueba de Normalidad.

Tabla 5. 11. Ensayos de normalidad para las muestras observadas en el estacionamiento 3.

Estacionamiento 3 (7,5 m)			
Muestra 1: Crema Pejanda			
Escaneo	Ángulo	Z de Kolmogorov-Smirnov	Sig. Asint. (2-colas)
ESC3	60	6,12	0,000
Muestra 2: Piedra Arenisca de Aguilar			
ESC4	-45	6,92	0,000
Muestra 4: Marmol Belmonte			
ESC5	90	6,33	0,000
Muestra 3: Rosalina			
ESC6	-30	4,88	0,000
Muestra 5: Percaro			
ESC7	45	6,89	0,000

- 5.1.1.4 Discusión de resultados de la Prueba de Normalidad de Kolmogorov-Smirnov.

Tras llevar a cabo las pruebas de normalidad, se dispone de los valores de Significancia Asintótica (α) para cada una de las muestras consideradas. Dicho parámetro indica la probabilidad de que las diferencias observadas en las distribuciones (rangos) de dos los dos grupos se deban al azar. Con un α tan bajo como el que muestra el resultado por debajo de 0.000, debemos de rechazar la hipótesis nula y, por lo tanto, supondremos que las diferencias observadas no se deben al azar. Si alfa fuera mayor que 0.05, entonces tenderíamos a no rechazar la hipótesis nula, asumiendo que al menos existe una duda sobre las diferencias observadas se deben al azar.

5.1.2 Test de la U de Mann-Whitney

De acuerdo a lo referido en la descripción metodológica, la aplicación del Test de la U de Mann-Whitney se desarrollará en base a tres análisis sucesivos. El primero de ellos, se centrará en constatar si el método permite discernir entre muestras de roca distinta a distancia y ángulo constante. La segunda de ellas, si una muestra coincidente puede identificarse, para distancia constante y ángulo variable. Finalmente se considerará si dicha



identificación resulta posible, dada una situación en la que tanto la muestra como el ángulo resultan coincidentes, pero la distancia varía.

- 5.1.2.1 Test de Mann-Whitney para muestras distintas, con distancia y ángulo coincidente.

Este primer contraste plantea la comparativa entre las cinco muestras consideradas en el presente ensayo, siendo escaneadas a la misma distancia, y con un ángulo formado entre el haz incidente en el punto medio de la muestra, y el alzado significativo de dicha muestra, de 90°. Las comparativas se desarrollarán por pares, en base a la primera de las muestras (Crema Pejanda).

Tabla 5. 12. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre las muestras 1 (Crema Pejanda) y 2 (Roca Arenisca de Aguilar), escaneadas a 5 m, con ángulo de 90°.

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	658825159.50	-107.69	0,000

Tabla 5. 11. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre las muestras 1 (Crema Pejanda) y 3 (Rosalina), escaneadas a 5 m, con ángulo de 90°.

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	516573418.00	-120.50	0,000

Tabla 5. 12. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre las muestras 1 (Crema Pejanda) y 4 (Marrón Belmonte), escaneadas a 5 m, con ángulo de 90°.

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	189840545.50	-212.60	0,000

Tabla 5. 13. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre las muestras 1 (Crema Pejanda) y 5 (Percaro), escaneadas a 5 m, con ángulo de 90°.

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	925669857.50	-12.79	0,000

Como puede observarse, los bajos valores de significancia (0,000) obtenidos en la totalidad de los casos, permiten afirmar que a partir de la aplicación de la U de Mann-Whitney, para ángulo (en este caso 90°) y distancia (5 m) coincidente, pueden identificarse las muestras distintas como no coincidentes.

Esta primera prueba, se extiende a la distancia del estacionamiento 2 (10 m), volviendo a considerar el ángulo de 90°).



Tabla 5. 16. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre las muestras 1 (Crema Pejanda) y 2 (Roca Arenisca de Aguilar), escaneadas a 10 m, con ángulo de 90°.

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	840060976.50	-55.38	0,000

Tabla 5. 17. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre las muestras 1 (Crema Pejanda) y 3 (Rosalina), escaneadas a 10 m, con ángulo de 90°.

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	639687257.00	-89.16	0,000

Tabla 5. 18. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre las muestras 1 (Crema Pejanda) y 4 (Marrón Belmonte), escaneadas a 5 m, con ángulo de 90°.

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	163193725.50	-218.85	0,000

Tabla 5. 149. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre las muestras 1 (Crema Pejanda) y 5 (Percaro), escaneadas a 10 m, con ángulo de 90°.

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	845648806.50	-28.19	0,000

Como puede observarse, para el estacionamiento 2 se mantiene lo observado para el 1: el Test de Mann-Whitney permitiría discernir entre muestras no coincidentes.

- 5.1.2.2 Test de Mann-Whitney para muestras coincidentes, con distancia coincidente y ángulo distinto.

Este contraste tiene por objeto determinar si, considerando una única muestra, manteniendo la distancia, y variando el ángulo de observación, podrá identificarse dicha roca como coincidente.

5.1.2.2.1. Contraste en base al estacionamiento 1 (distancia=5 m).

Se recogen seguidamente los test, agrupados en base a las diferentes muestras consideradas.

- Muestra 1 – Crema Pejanda:

Las Tablas 5.20 a 5.25 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 1 efectuados a la muestra Crema Pejanda.

Tabla 5. 15. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC3(90°) y ESC4 (90°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
--	-------------------	---	-----------------------



Reflectancia	322414403	-155,57	0,000
--------------	-----------	---------	-------

Tabla 5. 16. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC4(60°) y ESC5 (45°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	119444601,50	-181,18	0,000

Tabla 5. 17. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC5(45°) y ESC6 (30°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	14255771,00	-187,87	0,000

Tabla 5. 18. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC6(45°) y ESC7 (-30°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	230563465,00	-13,76	0,000

Tabla 5. 19. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC7(45°) y ESC8 (-45°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	24247598,00	-185,39	0,000

Tabla 5. 20. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC8(-45°) y ESC9 (-60°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	134173595,50	-179,33	0,000

Como puede observarse, la totalidad de las comparativas ofrece resultados negativos: la variación en el ángulo implica que la reflectancia no corregida o intensidad no pueda ser propuesta como método para la identificación unívoca de muestras, al no poder garantizarse el establecimiento de una huella patrón. Si bien a partir de este momento esta primera metodología queda descartada, se adjuntarán igualmente los restantes test desarrollados.



- Muestra 2 – Arenisca de Aguilar:

Las Tablas 5.26 a 5.30 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 1 efectuados a la muestra Arenisca de Aguilar.

Tabla 5. 21. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC10(90°) y ESC11 (60°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	477162476,50	-149,41	0,000

Tabla 5. 22. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC11(60°) y ESC12(45°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	210567897,00	-173,52	0,000

Tabla 5. 23. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC12(45°) y ESC13(30°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	36079134,00	-189,03	0,000

Tabla 5. 24. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC13(30°) y ESC14(-30°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	279624871,00	-19,55	0,000

Tabla 5. 25. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC14(-30°) y ESC15(-45°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	457005624,50	-189,20	0,000

Tabla 5. 26. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC15(-45°) y ESC16(60°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	211886639,00	-176,02	0,000



- Muestra 3 – Rosalina:

Las Tablas 5.32 a 5.37 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 1 efectuados a la muestra Rosalina.

Tabla 5. 27. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC17(90°) y ESC18(60°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	298985238,00	-162,11	0,000

Tabla 5. 28. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC18(60°) y ESC19(45°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	121140888,00	-184,58	0,000

Tabla 5. 29. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC19(45°) y ESC20(30°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	17063984,00	-190,03	0,000

Tabla 5. 30. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC20(30°) y ESC21(-30°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	245409194,00	-6,49	0,000

Tabla 5. 31. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC21(-30°) y ESC22(-45°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	13450445,00	-191,31	0,000

Tabla 5. 32. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC22(-45°) y ESC23(-60°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
--	-------------------	---	-----------------------



Reflectancia	126097407,50	-184,46	0,000
--------------	--------------	---------	-------

- Muestra 4 – Marrón Belmonte:

Las Tablas 5.38 a 5.43 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 1 efectuados a la muestra Marrón Belmonte.

Tabla 5. 33. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC24(90°) y ESC25(60°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	487242766,50	-121,21	0,000

Tabla 5. 34. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC25(60°) y ESC26(45°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	262173167,50	-138,67	0,000

Tabla 5. 35. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC26(45°) y ESC27(30°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	487242766,50	-121,21	0,000

Tabla 5. 36. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC27(30°) y ESC28(-30°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	254503912,50	-10,19	0,000

Tabla 5. 37. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC28(-30°) y ESC29(-45°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	68151210,00	-164,29	0,000



Tabla 5. 38. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC29(-45°) y ESC30(-60°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	280543414,50	-130,31	0,000

- Muestra 5 – Percaro:

Las Tablas 5.44 a 5.49 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 1 efectuados a la muestra Percaro.

Tabla 5. 39. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC32(90°) y ESC22(60°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	289001913,50	-166,52	0,000

Tabla 5. 40. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC33(60°) y ESC34(45°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	137306009,00	-179,34	0,000

Tabla 5. 41. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC34(45°) y ESC35(30°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	17434000,00	-189,89	0,000

Tabla 5. 42. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC35(30°) y ESC36(-30°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	232713639,00	-20,67	0,000

Tabla 5. 43. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC36(-30°) y ESC37(-45°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
--	-------------------	---	-----------------------



Reflectancia	21285691,50	-189,26	0,000
--------------	-------------	---------	-------

Tabla 5. 44. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 5 m ESC37(-45°) y ESC38(-60°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	127801678,50	-182,75	0,000

Como puede observarse, la circunstancia constatada durante el análisis de la primera muestra se ha mantenido a lo largo de las restantes, invalidando la primera metodología. No obstante, se recogerán los datos relativos al análisis a 10 m.

5.1.2.2.2. Contraste en base al estacionamiento 2 (distancia=10m).

Se recogen seguidamente los test, agrupados en base a las diferentes muestras consideradas, para una distancia de 10 metros, muestra coincidente, y ángulo variable.

- Muestra 1 – Crema Pejanda:

Las Tablas 5.50 a 5.56 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 2 efectuados a la muestra Crema Pejanda.

Tabla 5. 45. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC2(90°) y ESC3(60°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	286111649,00	-166,39	0,000

Tabla 5. 46. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC3(60°) y ESC4(45°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	124248698,50	-182,30	0,000

Tabla 5. 47. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC4(45°) y ESC5(30°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	7005190,50	-192,49	0,000

Tabla 5. 48. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC5(30°) y ESC6(-30°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)



	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	238840009,00	-8,14	0,000

Tabla 5. 49. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC6(-30°) y ESC7(-45°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	16427173,00	-190,51	0,000

Tabla 5. 50. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC7(-45°) y ESC8(-60°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	128125662,50	-180,69	0,000

Tabla 5. 51. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC2(90°) y ESC8(-60°), de la muestra 1 (Crema Pejanda)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	196698362,00	-189,79	0,000

- Muestra 2 – Arenisca de Aguilar:

Las Tablas 5.57 a 5.63 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 2 efectuados a la muestra Arenisca de Aguilar.

Tabla 5. 52. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC9(90°) y ESC10(60°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	498571195,50	-138,48	0,000

Tabla 5. 53. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC10(60°) y ESC11(45°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	194528557,00	-179,95	0,000



Tabla 5. 54. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC11(45°) y ESC12(30°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	36224944,00	-191,20	0,000

Tabla 5. 55. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC12(30°) y ESC13(-30°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	289537787,50	-13,02	0,000

Tabla 5. 56. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC13(-30°) y ESC14(-45°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	56729419,50	-196,48	0,000

Tabla 5. 57. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC14(-45°) y ESC15(-60°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	217318620,50	-197,16	0,000

Tabla 5. 58. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC9(90°) y ESC15(-60°), de la muestra 2 (Arenisca de Aguilar)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	527624143,50	-131,54	0,000

- Muestra 3 – Rosalina:

Las Tablas 5.64 a 5.70 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 2 efectuados a la muestra Rosalina.

Tabla 5. 59. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC16(90°) y ESC17(60°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)



Reflectancia	316061394,00	-159,29	0,000
--------------	--------------	---------	-------

Tabla 5. 60. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC17(60°) y ESC18(45°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	110523721,50	-189,91	0,000

Tabla 5. 61. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC18(45°) y ESC19(30°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	17063984,00	-190,03	0,000

Tabla 5. 62. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC19(30°) y ESC20(-30°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	183486815,50	-52,79	0,000

Tabla 5. 63. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC20(-30°) y ESC21(-45°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	15044878,50	-188,60	0,000

Tabla 5. 64. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC21(-45°) y ESC22(-60°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	101926836,50	-188,85	0,000

Tabla 5. 65. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC16(90°) y ESC22(-60°), de la muestra 3 (Rosalina)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	353845962,50	-146,50	0,000



- Muestra 4 – Marrón Belmonte:

Las Tablas 5.71 a 5.77 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 2 efectuados a la muestra Marrón Belmonte.

Tabla 5. 66. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC23(90°) y ESC24(60°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	526492381,00	-114,81	0,000

Tabla 5. 67. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC24(60°) y ESC25(45°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	254498047,00	-145,68	0,000

Tabla 5. 68. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC25(45°) y ESC26(30°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	52379163,00	-170,36	0,000

Tabla 5. 69. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC26(30°) y ESC27(-30°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	235084913,50	-6,44	0,000

Tabla 5. 70. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC27(-30°) y ESC28(-45°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	53430660,50	-170,27	0,000

Tabla 5. 71. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC28(-45°) y ESC29(-60°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	277773670,00	-136,11	0,000



Tabla 5. 72. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC23(95°) y ESC29(-60°), de la muestra 4 (Marrón Belmonte)

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	512544867,50	-117,01	0,000

- Muestra 5 – Percaro:

Las Tablas 5.78 a 5.84 recogen los contrastes por parejas desarrollados para los escaneos desde el estacionamiento 1 efectuados a la muestra Marrón Belmonte.

Tabla 5. 73. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC30(90°) y ESC31(60°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	312650589,50	-159,77	0,000

Tabla 5. 74. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC31(60°) y ESC32(45°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	144244785,00	-180,77	0,000

Tabla 5. 75. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC32(45°) y ESC33(30°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	17419831,50	-191,24	0,000

Tabla 5. 76. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC33(30°) y ESC34(-30°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	237011389,50	-13,10	0,000



Tabla 5. 77. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC34(-30°) y ESC35(-45°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	14220218,00	-190,41	0,000

Tabla 5. 78. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC35(-45°) y ESC36(-60°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	97980095,00	-193,50	0,000

Tabla 5. 79. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos captados a 10 m ESC30(90°) y ESC36(-60°), de la muestra 5 (Percaro).

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	349370441,00	-148,12	0,000

Como se mencionó anteriormente, α (significancia asintótica) valor indica la probabilidad de que las diferencias sean fruto del azar. Con un alfa bajo, sea inferior a 0.000, se debe rechazar la hipótesis de carácter nulo, supondrá que las diferencias no se deben al azar. Si por el contrario alfa fuera mayor que 0.05, entonces se tiende a no rechazar la hipótesis nula asumiendo la duda razonable sobre si las diferencias se deben o no al azar. A la luz de lo anterior, puede afirmarse que, en la totalidad de los casos anteriores, la aplicación de la U de Mann Whitney no permite identificar muestras coincidentes observadas con diferente ángulo. Esta circunstancia imposibilita la aplicación directa de la reflectancia ausente de corrección para la identificación de muestras, dado que no es posible extrapolar la distribución de las intensidades obtenida para ángulo concreto a los restantes posibles, imposibilitando obtener una huella radiométrica en base a dicha reflectancia no corregida.

A pesar de ello, y conforme al diseño previsto del experimento, se analizará el comportamiento considerando muestra y ángulo coincidente, y distancia distinta.

- 5.1.2.3 Test de Mann-Whitney para muestras coincidentes, con ángulo y distancia distinta.

Pese a que los resultados de este último contraste no posibilitarían la validación íntegra del método comparativo a través de la U de Mann-Whitney, se adjuntan los resultados de las



comparativas de capturas de muestra coincidente, para un ángulo de 90° , a distancias de 5 (estacionamiento 1) y 10 metros (estacionamiento 2).

Tabla 5. 80. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos a 5 y 10 metros de Crema Pejanda, con ángulo de 90° .

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	511622351.00	-120.37	0,000

Tabla 5. 81. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos a 5 y 10 metros de la Piedra Arenisca de Aguilar, con ángulo de 90° .

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	460593072.50	-169.92	0,000

Tabla 5. 82. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos a 5 y 10 metros de Rosalina, con ángulo de 90° .

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	388675618.50	-156.47	0,000

Tabla 5. 83. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos a 5 y 10 metros de Marrón Belmonte, con ángulo de 90° .

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	588860825.00	-121.87	0,000

Tabla 5. 84. Test de Mann-Whitney para la comparativa entre los escaneos a 5 y 10 metros de Percaro, con ángulo de 90° .

	U de Mann-Whitney	Z	Sig. Asint. (2-colas)
Reflectancia	345267271.50	-164.26	0,000

Como puede observarse, los bajos valores de la significancia asintótica implican el rechazo de la igualdad de las muestras, aun siendo rocas coincidentes en cada una de las comparativas, por lo que tampoco satisface la premisa evaluada en este tercer contraste.

- 5.1.2.4 Discusión de los resultados del primer método.

Como ya se ha mencionado anteriormente, el primer método ha quedado invalidado a partir del segundo de los contrastes planteado. La U de Mann-Whitney permitió identificar como no coincidentes muestras distintas. Pese al resultado positivo de la primera prueba, al plantear el análisis con muestra coincidente, misma distancia, y ángulo distinto, el Test no permite identificar de forma directa muestras coincidentes al variar el ángulo, por lo que la segunda metodología queda invalidada. A pesar de que esto se constató con el análisis



de la primera muestra para el primer estacionamiento, se han adjuntado los resultados relativos al contraste en base a la consideración de muestra coincidente y ángulo cambiante para el estacionamiento 2, y se ha llevado a cabo el tercero de los contrastes a partir de la aplicación de la U de Mann-Whitney. El Cuadro 5.1 recoge, a modo de resumen, el resultado del contraste en base a dicha metodología.



Cuadro 5. 1. Resumen de la evaluación de la primera metodología propuesta.

5.1.3 Trabajo en base a los Diagramas Box and Whiskers.

Conforme a lo comentado en la descripción metodológica, la segunda línea de trabajo implica el contraste de si, a partir de la aplicación de los Diagramas Box and Whiskers, resulta posible discernir intervalos de no solapamiento entre muestras no coincidentes, y una relativa constancia en los mismos, con respecto a las posibles variaciones angulares y de distancia, de tal manera que se pudieran proponer límites para realizar segmentaciones automáticas de las nubes de puntos en base a la intensidad o reflectancia no corregida, mediante software específico. A este respecto, podría citarse como ejemplo la ya mencionada alternativa freeware de CloudCompare.

Esta segunda vía de estudio se estructurará en base, en primer lugar, a la representación de muestras distintas con ángulo y distancia coincidentes por un lado (en base a la selección de muestras hecha, ¿existen realmente intervalos exentos de coincidencia para cada una de las muestras?). En segundo lugar, a la representación de muestras coincidentes a distancia constante, con variaciones de ángulo (¿cómo se comportan dichos intervalos en base a la variación del ángulo?). Finalmente, se analizará la influencia de la distancia en los diagramas Box and Whiskers, a través de la consideración de muestras y ángulos coincidentes (90°), y distancia variable (5 y 10 metros).

Debe tenerse en cuenta que la valoración del solapamiento será cualitativo (si bien podría plantearse un análisis cuantitativo de qué porcentaje de falsos positivos podría dar al segmentar una muestra con el intervalo propuesto para otra distinta).

Además, al trabajar en base a muestra y distancia constante, y ángulo variable, se determinarán, como complemento, expresiones de ajuste que busquen aproximar el comportamiento de los principales parámetros del diagrama Box and Whiskers.



- 5.1.3.1. Trabajo en base a muestras distintas, con ángulos y distancias coincidentes.

5.1.3.1.1. Representación Box and Whiskers para el estacionamiento 1.

A partir del ensayo de Box and Whiskers se realizan las comprobaciones de las diferentes muestras englobadas con una misma distancia y agrupadas por el mismo ángulo, considerando la totalidad de las rocas escaneadas. Se recogen seguidamente los resultados de esta primera premisa.

- Ensayo para una distancia de 5 m, y ángulo de 90°.

Esta primera representación recoge las cinco muestras, captadas desde el estacionamiento 1 (a 5 metros). Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, las cuales son las que se encuentra el estacionamiento ESC3, ESC10, ESC17, ESC24 y ESC32.

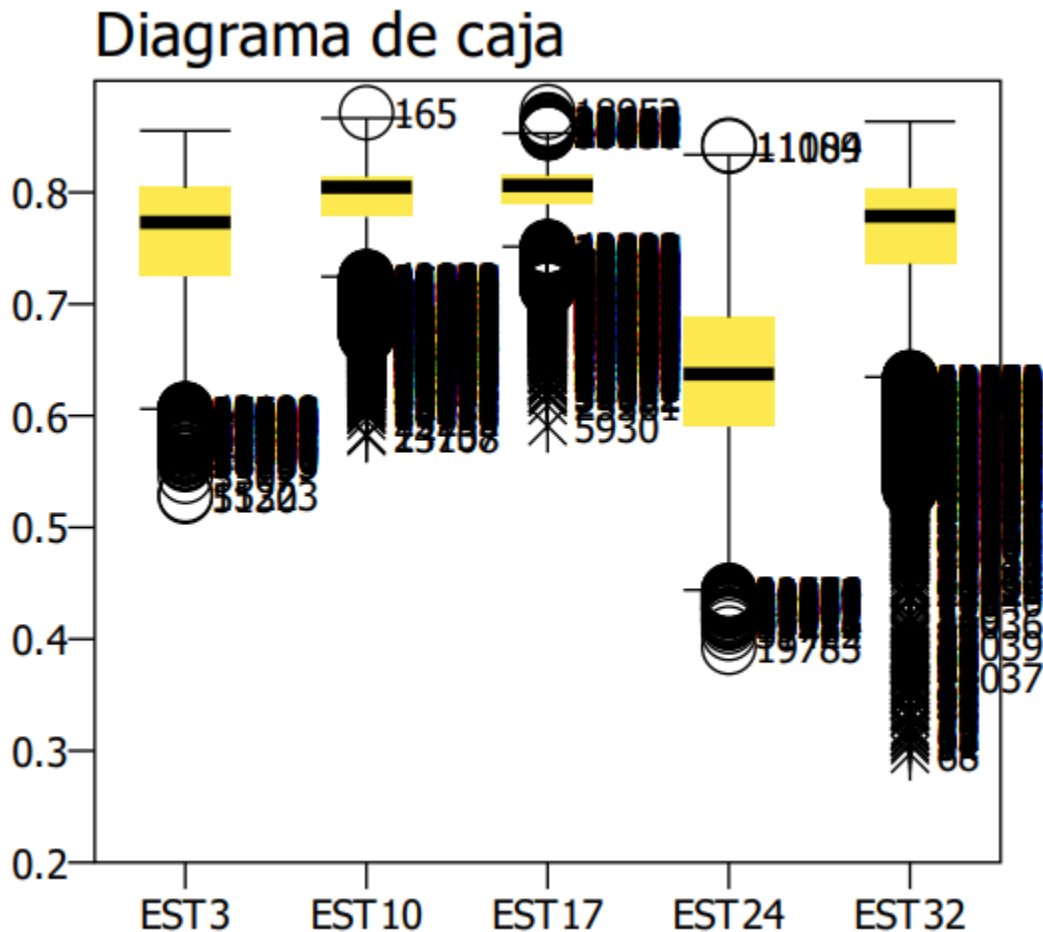


Gráfico 5. 1 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 90°.

Un análisis meramente cualitativo permite constatar el notable solapamiento entre las mismas. Puede apreciarse el menor valor de la mediana de la muestra ESC24 (Marrón



Belmonte, lo que a priori podría atribuirse a su coloración, algo más oscura que la de las restantes), que como podrá apreciarse en sucesivos puntos del presente epígrafe tiende a mantenerse. Las variantes más claras, tiende a ofrecer valores más próximos de dicho parámetro. Pese a que este solapamiento compromete la aplicabilidad del método, ya desde la primera gráfica recogida, se recogerán los restantes contrastes realizados.

Con objeto de completar la información aportada, se recoge la tabla siguiente, que resume los principales parámetros recogidos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 90. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 90.

	ESC3	ESC10	ESC17	ESC24	ESC32
MAX	0,855177	0,871305	0,872282	0,842237	0,863478
MIN	0,527703	0,581674	0,590707	0,39266	0,29185
Q1	0,72	0,78	0,79	0,59	0,74
MEDIANA	0,77	0,8	0,81	0,64	0,78
Q3	0,8	0,81	0,81	0,69	0,8
EXT. INF BIGOTE	0,6	0,735	0,76	0,4400	0,65
EXT. SUP BIGOTE	0,92	0,855	0,84	0,84	0,89
RIQ	0,08	0,03	0,02	0,1	0,06
% IDENTIFICADOS	99,93%	87,05%	99,08%	94,69%	99,48%
N TOTAL	44144	50220	44040	46579	44133
N VALIDO	44111	43717	43636	44104	43903

Dada la imposibilidad de eliminar los *outliers* del diagrama anterior, se opta por generar la siguiente versión simplificada, que se realizará igualmente para las distintas representaciones recogidas en el presente apartado.

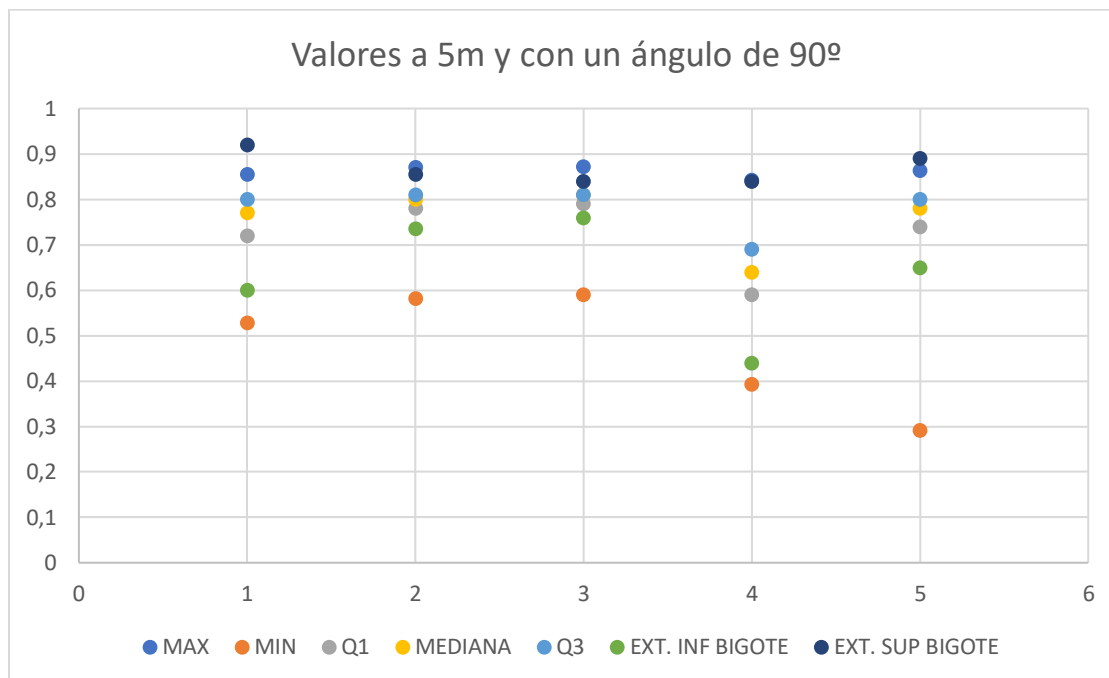


Gráfico 5. 2 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 90º.

- Ensayo para una distancia de 5m y un ángulo de 60º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 1: 4, 11, 18, 25 y 33.

Diagrama de caja

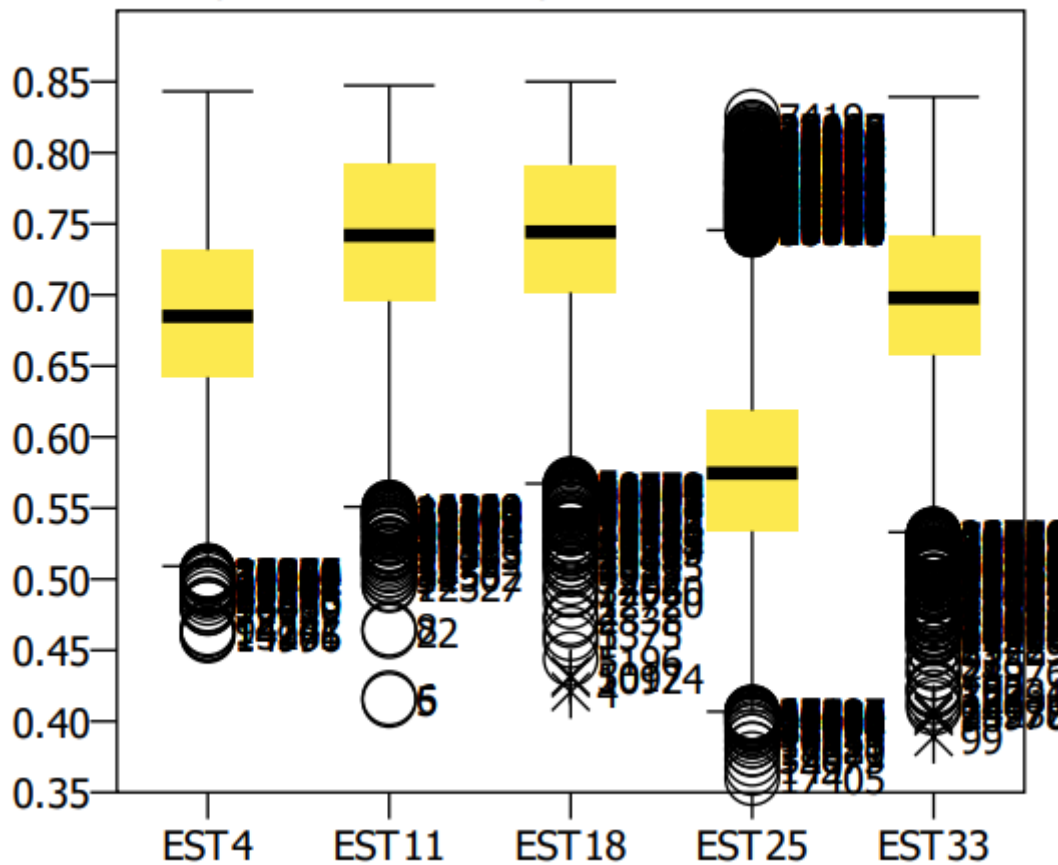


Gráfico 5. 3 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 60°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 91. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 60°.

	ESC4	ESC11	ESC18	ESC25	ESC33
MAX	0,843214	0,847364	0,85005	0,825391	0,839307
MIN	0,460304	0,414893	0,420752	0,359945	0,388998
Q1	0,64	0,7	0,7	0,53	0,66
MEDIANA	0,68	0,74	0,74	0,57	0,7
Q3	0,73	0,79	0,79	0,62	0,74
EXT. INF BIGOTE	0,505	0,565	0,565	0,395	0,54
EXT. SUP BIGOTE	0,865	0,925	0,925	0,755	0,86



RIQ	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08
% IDENTIFICADOS	84,05%	54,84%	56,20%	54,17%	80,64%
N TOTAL	38910	43638	38919	40004	48538
N VALIDO	32705	23933	21873	21672	39140

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

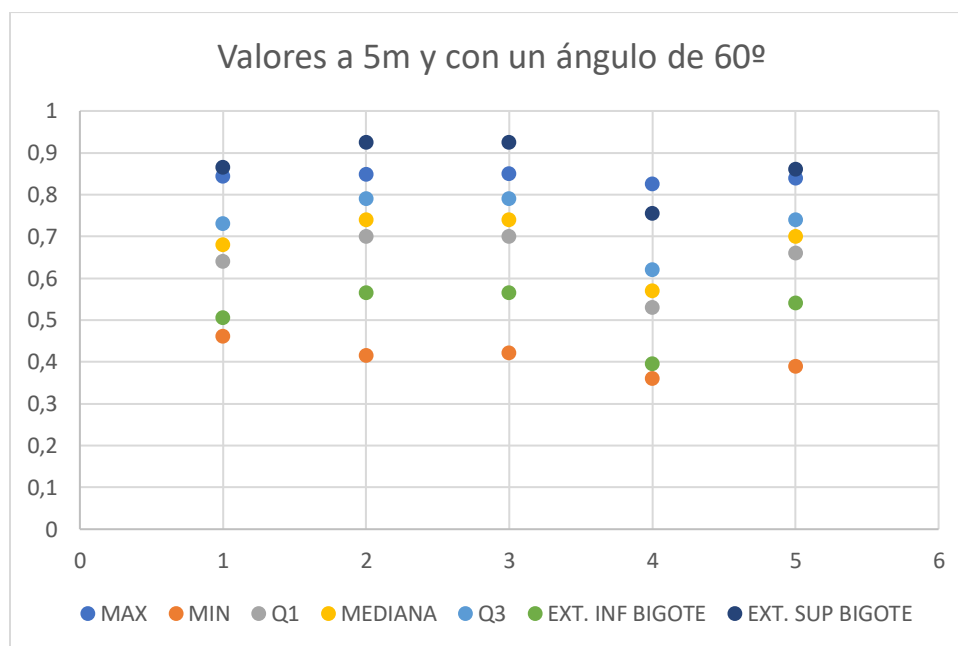


Gráfico 5. 3 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 60º.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 25, siendo el límite inferior de 0,395 y el superior de 0,755.

- Ensayo para una distancia de 5m y un ángulo de 45

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 1: 5, 12, 19, 26 y 34.



Diagrama de caja

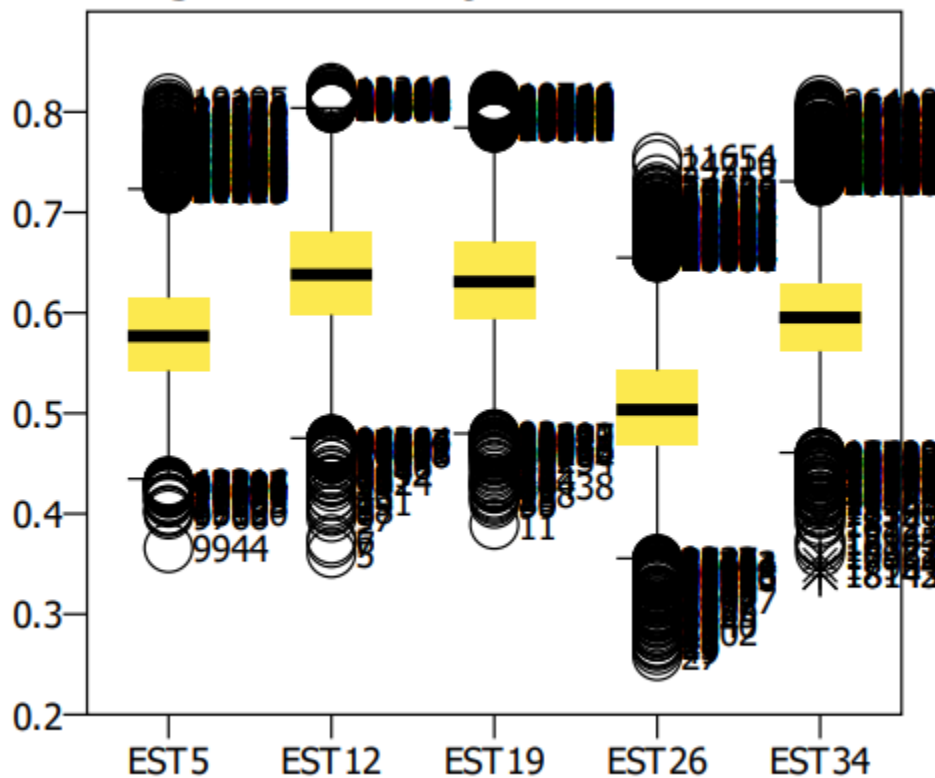


Gráfico 5. 4 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 45°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 92. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 45°.

	ESC5	ESC12	ESC19	ESC26	ESC34
MAX	0,813428	0,823926	0,816114	0,75433	0,811719
MIN	0,365805	0,360678	0,388998	0,25835	0,34139
Q1	0,54	0,6	0,59	0,47	0,56
MEDIANA	0,58	0,64	0,63	0,5	0,6
Q3	0,61	0,68	0,67	0,54	0,63
EXT. INF BIGOTE	0,435	0,48	0,47	0,365	0,455
EXT. SUP BIGOTE	0,715	0,8	0,79	0,645	0,735
RIQ	0,07	0,08	0,08	0,07	0,07
% IDENTIFICADOS	88,07%	49,51%	59,09%	96,31%	82,41%



N TOTAL	30591	34606	31903	32567	31851
N VALIDO	26940	17132	18850	31365	26248

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

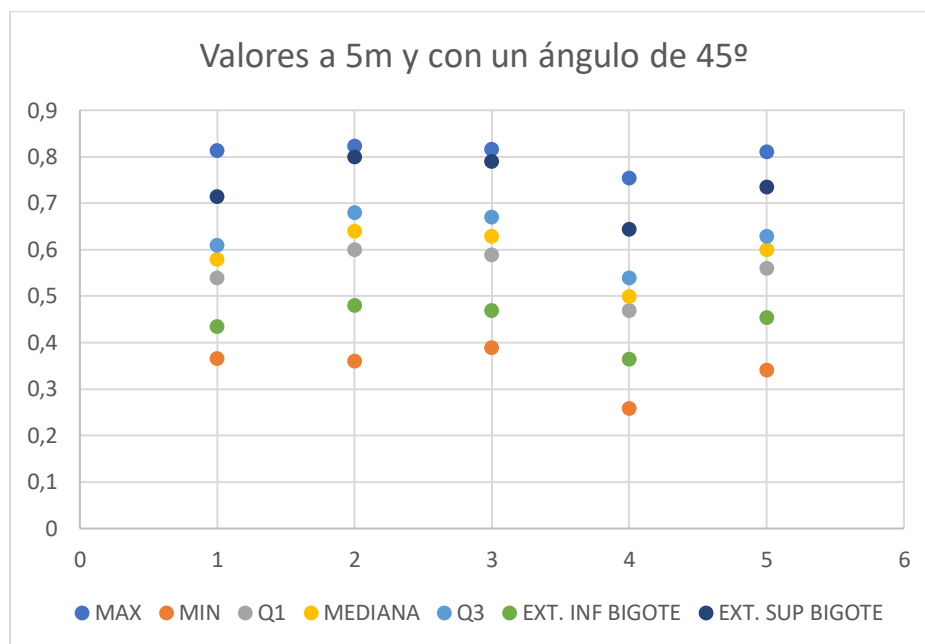


Gráfico 5. 5 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 45º.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 26, siendo el límite inferior de 0,365 y el superior de 0,645.

- Ensayo para una distancia de 5m y un ángulo de 30º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 1: 6, 13, 20, 27 y 35.

Diagrama de caja

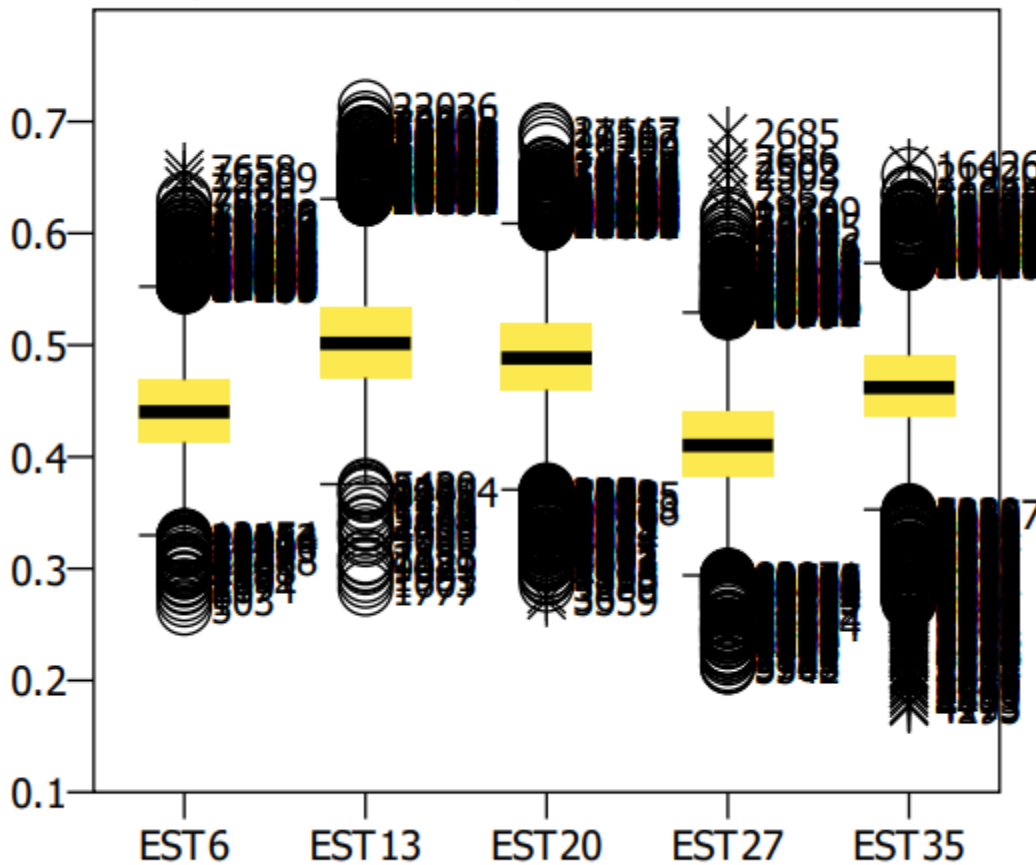


Gráfico 5. 6 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 30°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 93. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 30°.

	ESC6	ESC13	ESC20	ESC27	ESC35
MAX	0,657374	0,71281	0,692058	0,689616	0,660792
MIN	0,264942	0,282292	0,271794	0,212451	0,176547
Q1	0,41	0,47	0,46	0,38	0,44
MEDIANA	0,44	0,5	0,49	0,41	0,46
Q3	0,47	0,53	0,52	0,44	0,49
EXT. INF BIGOTE	0,32	0,38	0,37	0,29	0,365
EXT. SUP BIGOTE	0,56	0,62	0,61	0,53	0,565



RIQ	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05
% IDENTIFICADOS	97,24%	70,05%	80,71%	98,60%	92,09%
N TOTAL	22072	24248	22685	23009	22736
N VALIDO	21462	16985	18310	22688	20937

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del Box and Whiskers.

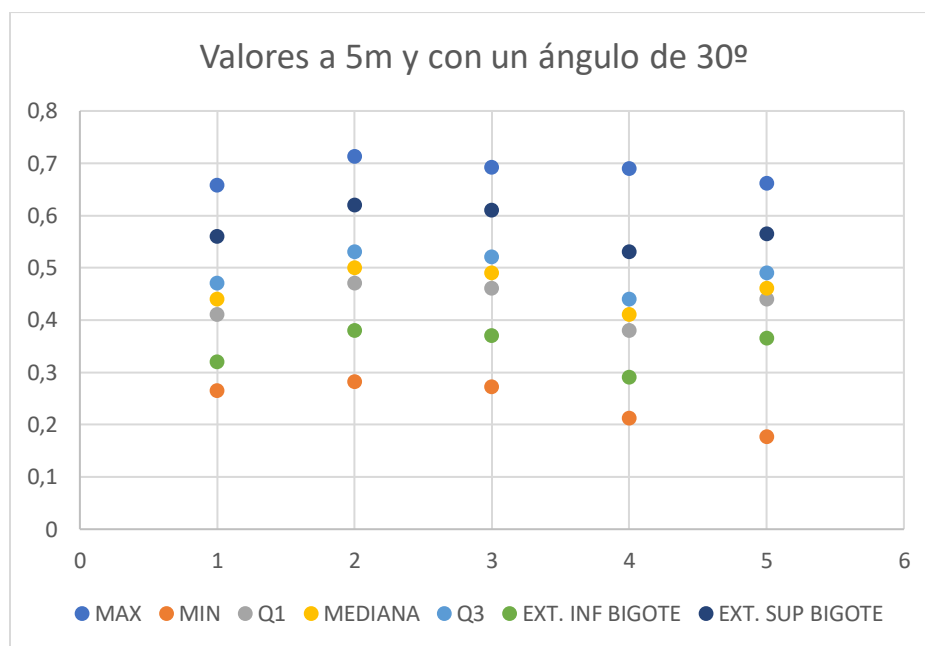


Gráfico 5. 7 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de 30º.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 27, siendo el límite inferior de 0,29 y el superior de 0,53.

- Ensayo para una distancia de 5m y un ángulo de -30º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 1: 7, 14, 21, 28 y 36.

Diagrama de caja

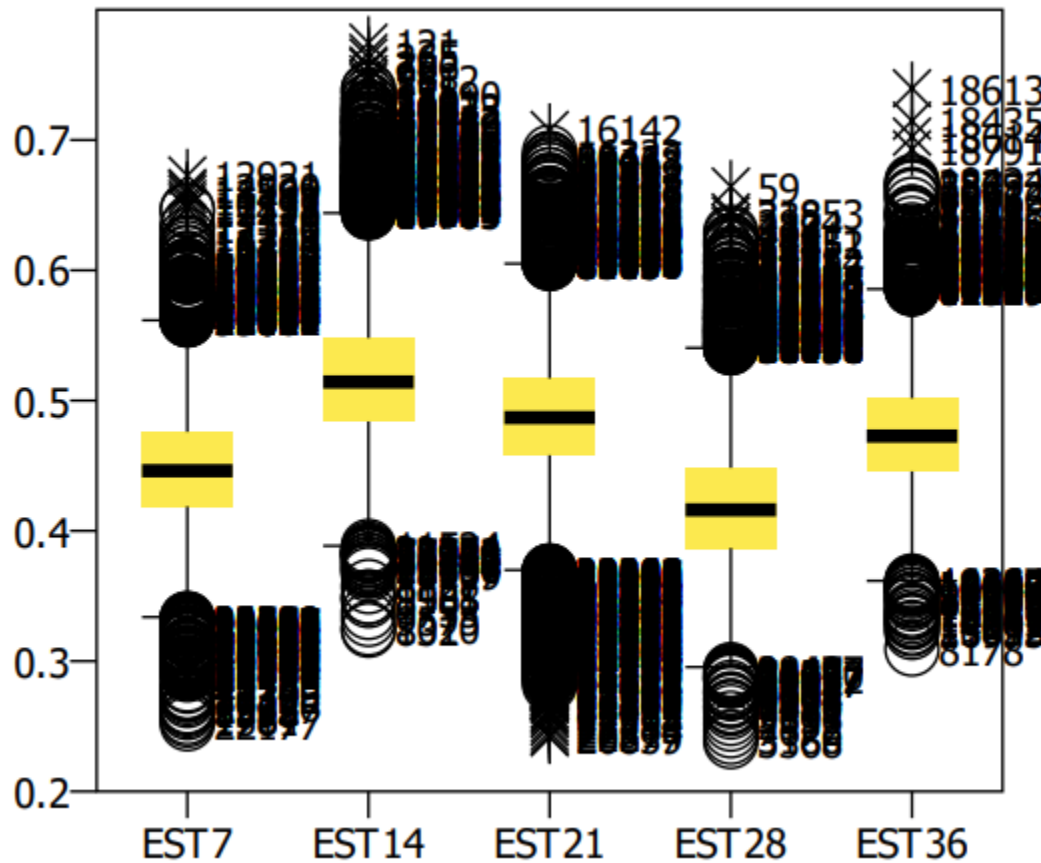


Gráfico 5. 8 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de -30° .

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 94. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de -30° .

	ESC7	ESC14	ESC21	ESC28	ESC36
MAX	0,67277	0,774594	0,707683	0,66421	0,739681
MIN	0,252003	0,323796	0,241505	0,238331	0,309392
Q1	0,42	0,48	0,46	0,39	0,45
MEDIANA	0,45	0,51	0,49	0,42	0,47
Q3	0,48	0,55	0,52	0,45	0,5
EXT. INF BIGOTE	0,33	0,375	0,37	0,3	0,375
EXT. SUP BIGOTE	0,57	0,655	0,61	0,54	0,575



RIQ	0,06	0,07	0,06	0,06	0,05
% IDENTIFICADOS	97,12%	71,14%	87,02%	98,61%	93,21%
N TOTAL	22591	25657	22428	23400	23041
N VALIDO	21941	18253	19517	23074	21476

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

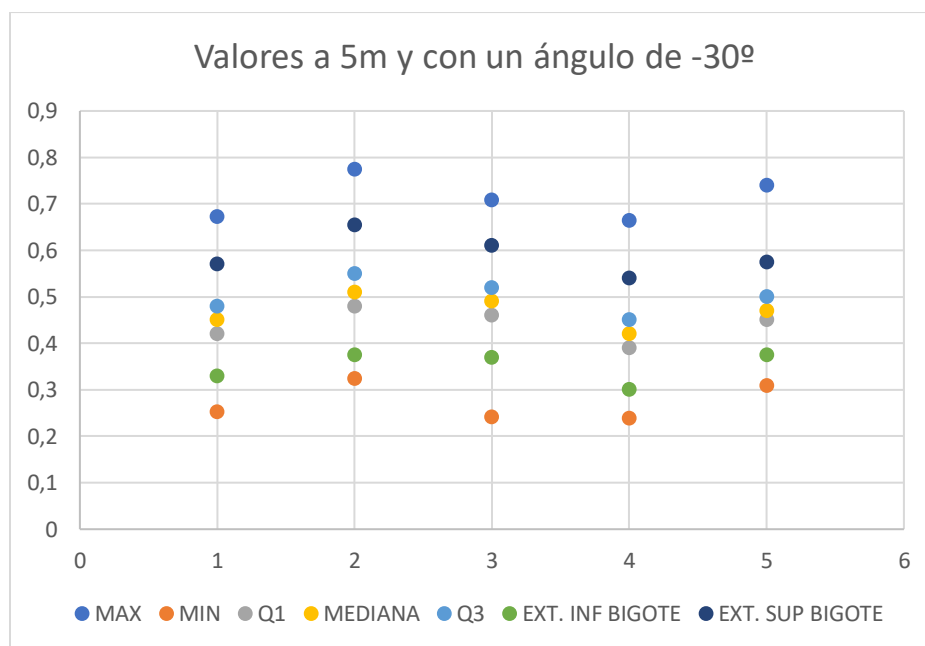


Gráfico 5. 9 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de -30° .

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 28, siendo el límite inferior de 0,3 y el superior de 0,54.

- Ensayo para una distancia de 5m y un ángulo de -45°

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 1: 8, 15, 22, 29 y 37.

Diagrama de caja

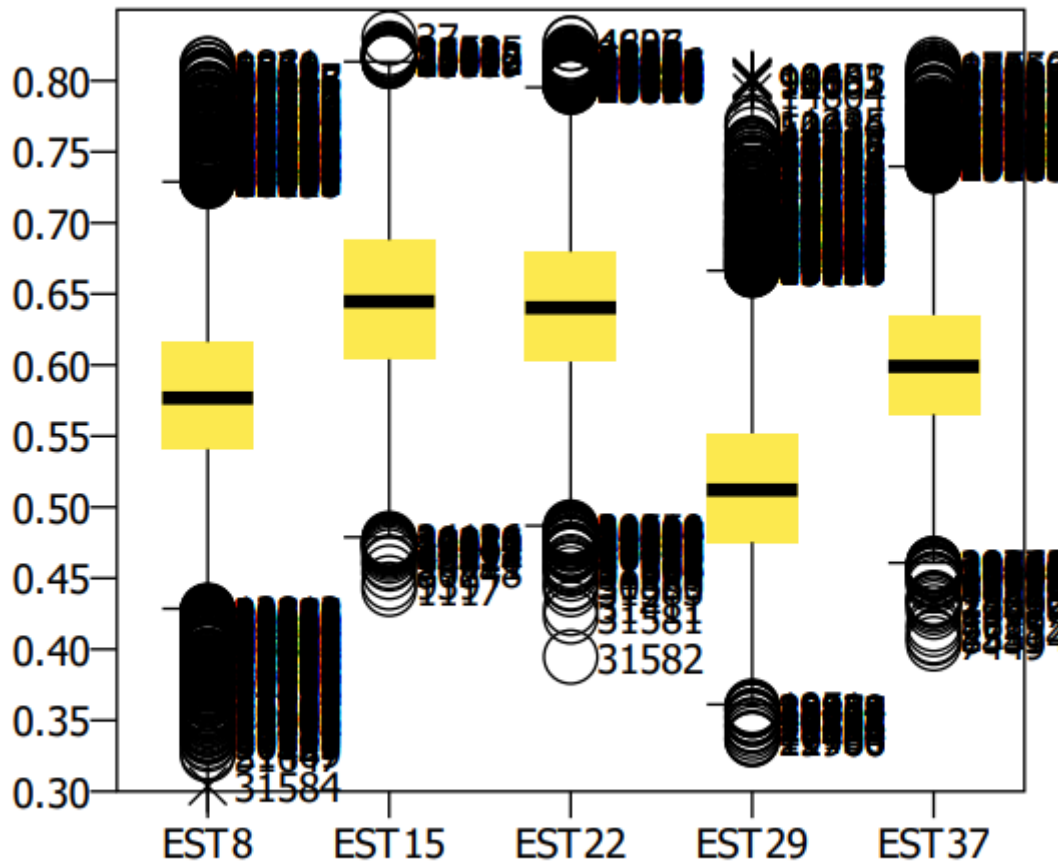


Gráfico 5. 10 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de -45°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 95. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de -45°.

	ESC8	ESC15	ESC22	ESC29	ESC37
MAX	0,811963	0,83003	0,826368	0,802686	0,811475
MIN	0,303777	0,442237	0,394614	0,336507	0,403906
Q1	0,54	0,6	0,6	0,48	0,57
MEDIANA	0,58	0,64	0,64	0,51	0,6
Q3	0,62	0,69	0,68	0,55	0,64
EXT. INF BIGOTE	0,42	0,465	0,48	0,375	0,465



	ESC8	ESC15	ESC22	ESC29	ESC37
EXT. SUP BIGOTE	0,74	0,825	0,8	0,655	0,745
RIQ	0,08	0,09	0,08	0,07	0,07
% IDENTIFICADOS	91,11%	57,38%	60,75%	97,99%	84,90%
N TOTAL	31660	34997	31912	31814	32234
N VALIDO	28846	20083	19387	31176	27368

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

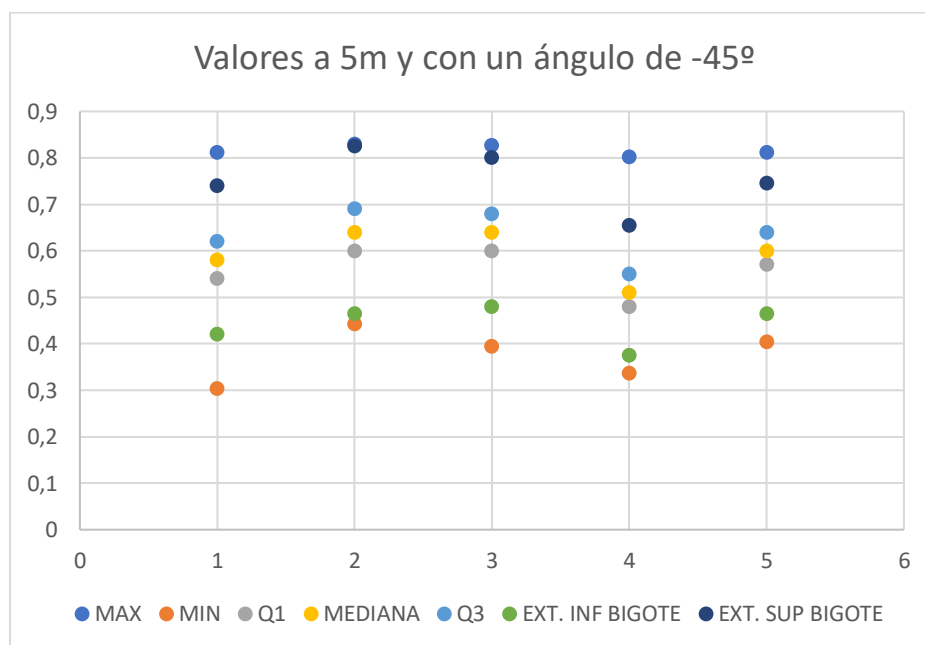


Gráfico 5. 11 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de -45º.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 29, siendo el límite inferior de 0,375 y el superior de 0,655.

- Ensayo para una distancia de 5m y un ángulo de -60º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 1: 9, 16, 23, 30 y 38.

Diagrama de caja

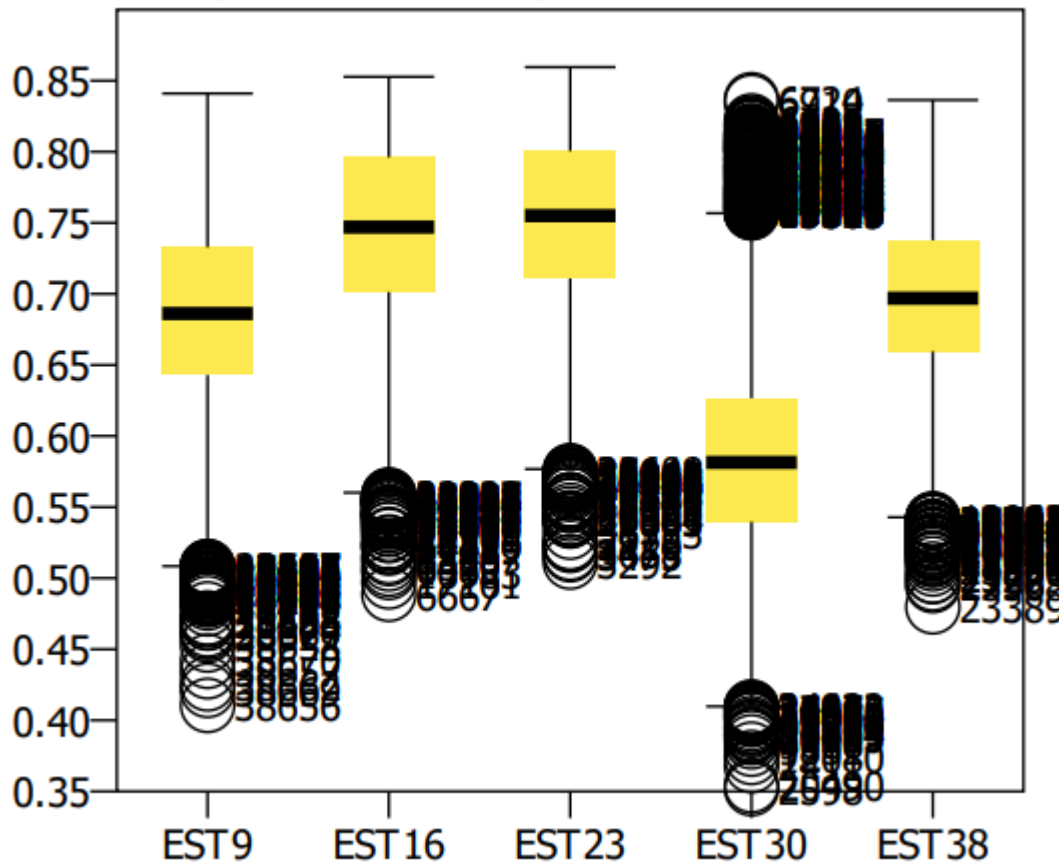


Gráfico 5. 12 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de -60°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 96. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de -60°.

	ESC9	ESC16	ESC23	ESC30	ESC38
MAX	0,841016	0,852735	0,859571	0,836622	0,836378
MIN	0,410498	0,48864	0,511345	0,351888	0,47985
Q1	0,64	0,7	0,71	0,54	0,66
MEDIANA	0,69	0,75	0,76	0,58	0,7
Q3	0,73	0,8	0,8	0,63	0,74
EXT. INF BIGOTE	0,505	0,55	0,575	0,405	0,54



EXT. SUP BIGOTE	0,865	0,95	0,935	0,765	0,86
RIQ	0,09	0,1	0,09	0,09	0,08
% IDENTIFICADOS	86,47%	59,97%	56,44%	99,08%	86,30%
N TOTAL	39058	44312	39676	40434	38755
N VALIDO	33775	26572	22395	40060	33445

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

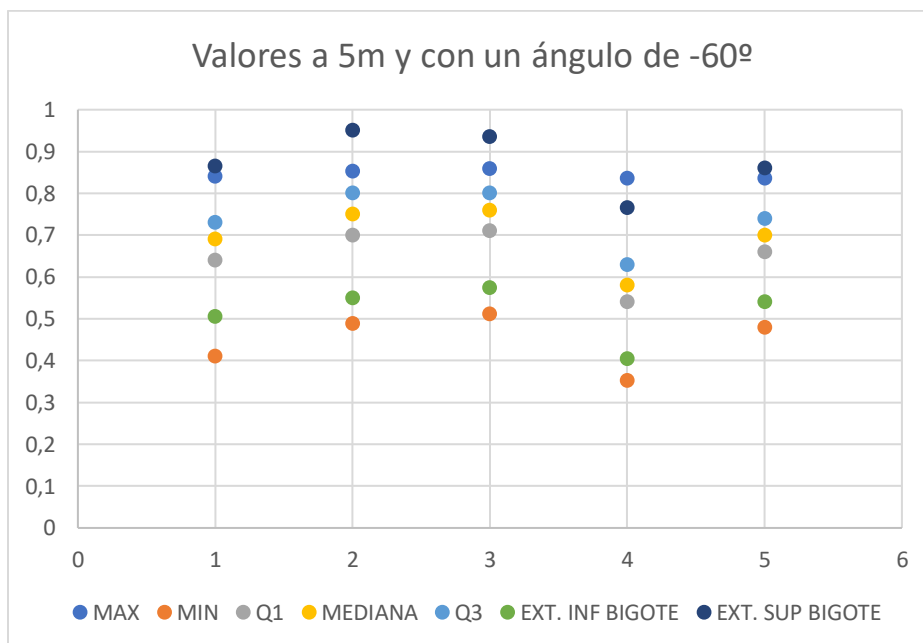


Gráfico 5. 13 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 1 (5 m), y ángulo de -60º.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 30, siendo el límite inferior de 0,405 y el superior de 0,765.

5.1.3.1.2. Representación Box and Whiskers para el estacionamiento 2.

A partir del ensayo de Box and Whiskers se realizan las comprobaciones de las diferentes muestras englobadas con una misma distancia y agrupadas por el mismo ángulo sin importar el tipo de roca que se esté estudiando.

- Ensayo para una distancia de 10m y un ángulo de 60º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 2: 3, 10, 17, 24 y 31.

Diagrama de caja

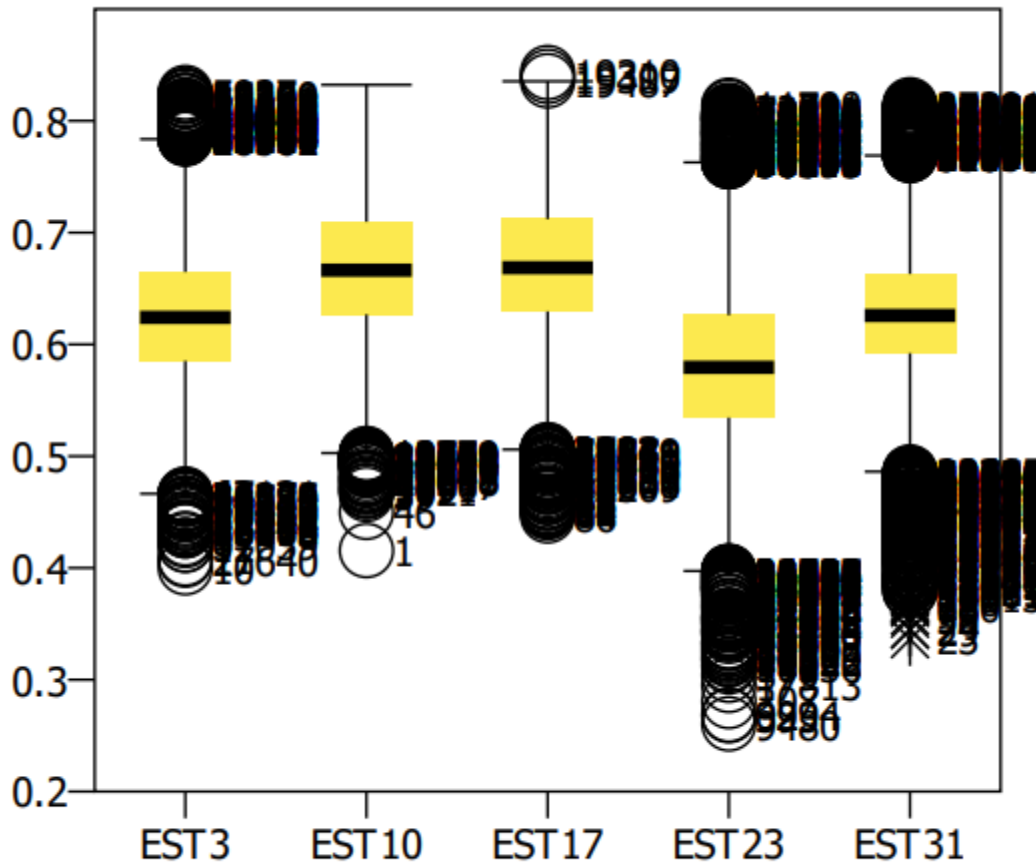


Gráfico 5. 15 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 60°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 97. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 60°.

	ESC3	ESC10	ESC17	ESC24	ESC31
MAX	0,825391	0,832227	0,843214	0,813916	0,814404
MIN	0,400244	0,415625	0,446632	0,260548	0,336263
Q1	0,59	0,63	0,63	0,53	0,59
MEDIANA	0,62	0,67	0,67	0,58	0,63
Q3	0,66	0,71	0,71	0,63	0,66



EXT. INF BIGOTE	0,485	0,51	0,51	0,38	0,485
EXT. SUP BIGOTE	0,765	0,83	0,83	0,78	0,765
RIQ	0,07	0,08	0,08	0,1	0,07
% IDENTIFICADOS	99,22%	94,45%	94,47%	99,55%	99,40%
N TOTAL	39415	43322	38891	40778	39844
N VALIDO	39109	40918	36742	40596	39606

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

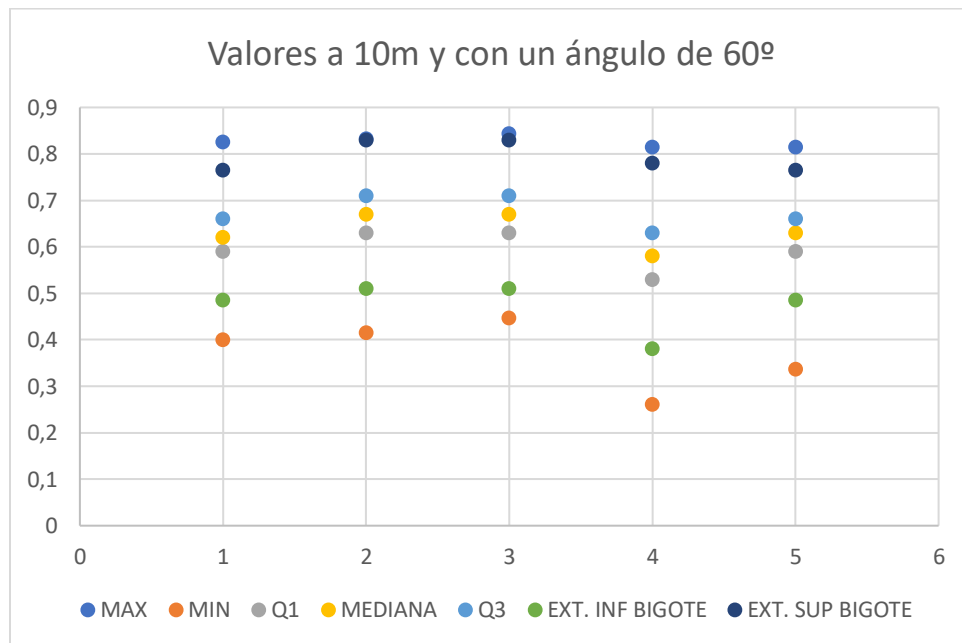


Gráfico 5. 16 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 60º.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 24, siendo el límite inferior de 0,38 y el superior de 0,78.

- Ensayo para una distancia de 10m y un ángulo de 90º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 1: 2, 9, 16, 23 y 30.

Diagrama de caja

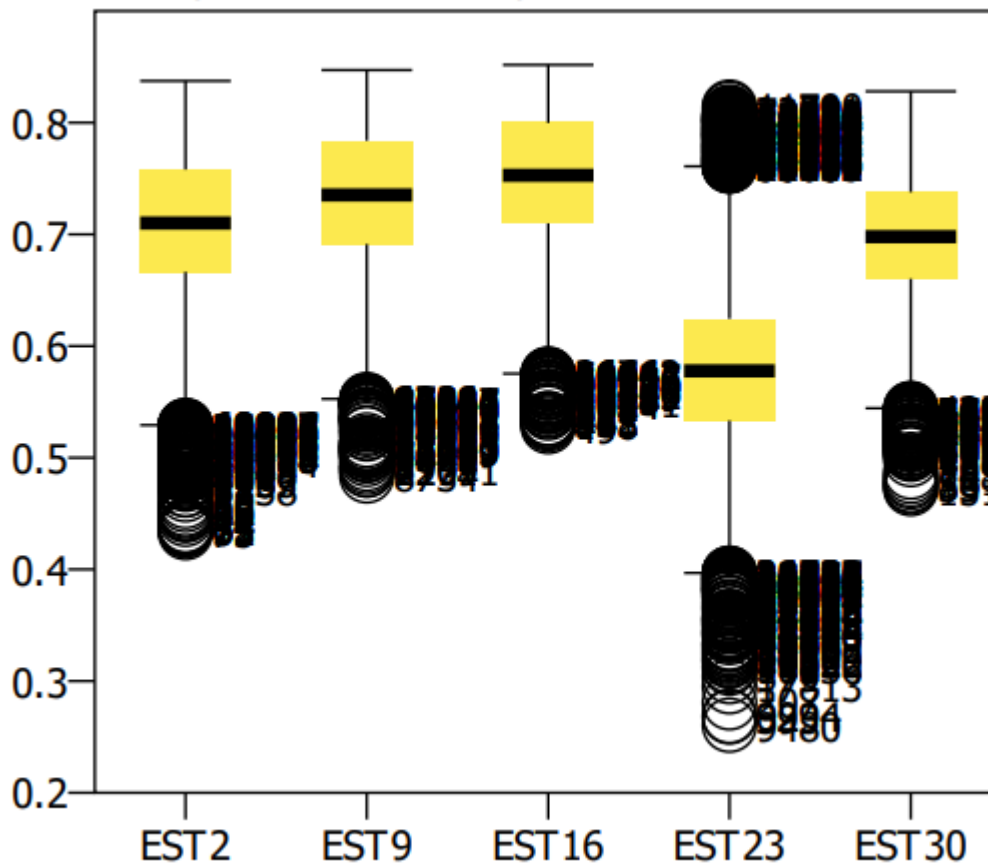


Gráfico 5. 147 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 90°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 98. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 90°.

	ESC2	ESC9	ESC16	ESC23	ESC30
MAX	0,837354	0,84712	0,851759	0,813916	0,828077
MIN	0,432959	0,483757	0,527947	0,260548	0,472282
Q1	0,67	0,69	0,71	0,53	0,66
MEDIANA	0,71	0,74	0,75	0,58	0,7
Q3	0,76	0,78	0,78	0,62	0,74
EXT. INF BIGOTE	0,535	0,555	0,605	0,3950	0,54



EXT. SUP BIGOTE	0,895	0,915	0,885	0,755	0,86
RIQ	0,09	0,09	0,07	0,09	0,08
% IDENTIFICADOS	73,78%	60,84%	51,46%	98,79%	82,91%
N TOTAL	43660	48753	44817	46857	43537
N VALIDO	32214	29661	23063	46288	36098

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

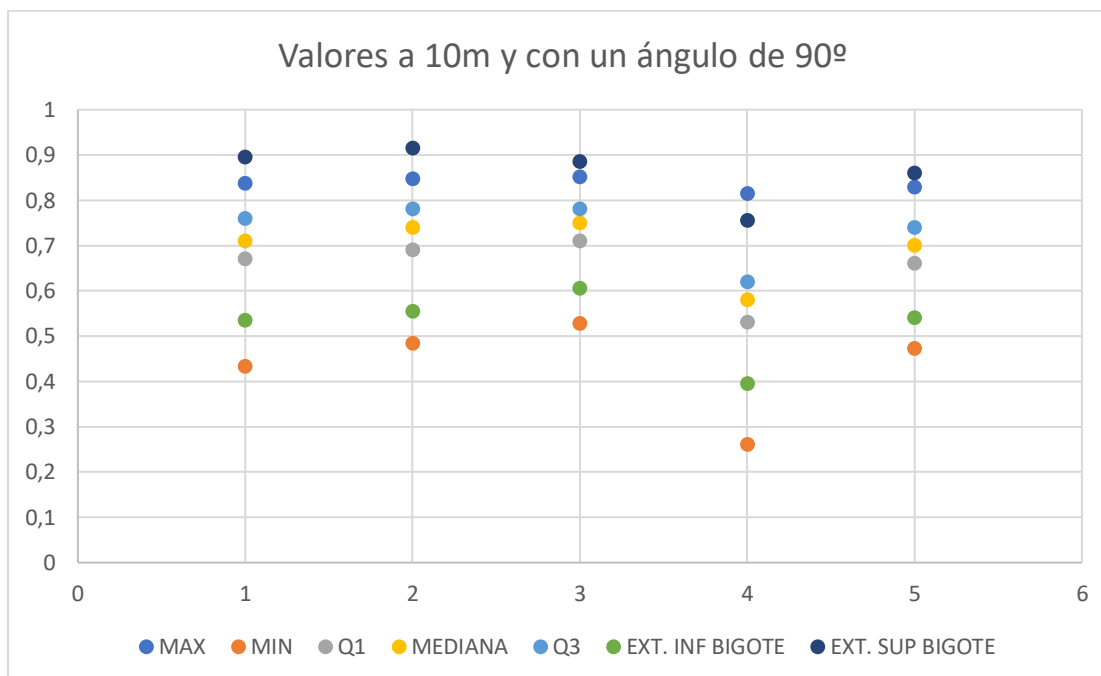


Gráfico 5. 18 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 90º.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 23, siendo el límite inferior de 0,395 y el superior de 0,755.

- Ensayo para una distancia de 10m y un ángulo de 45º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 2: 4, 11, 18, 25 y 33.

Diagrama de caja

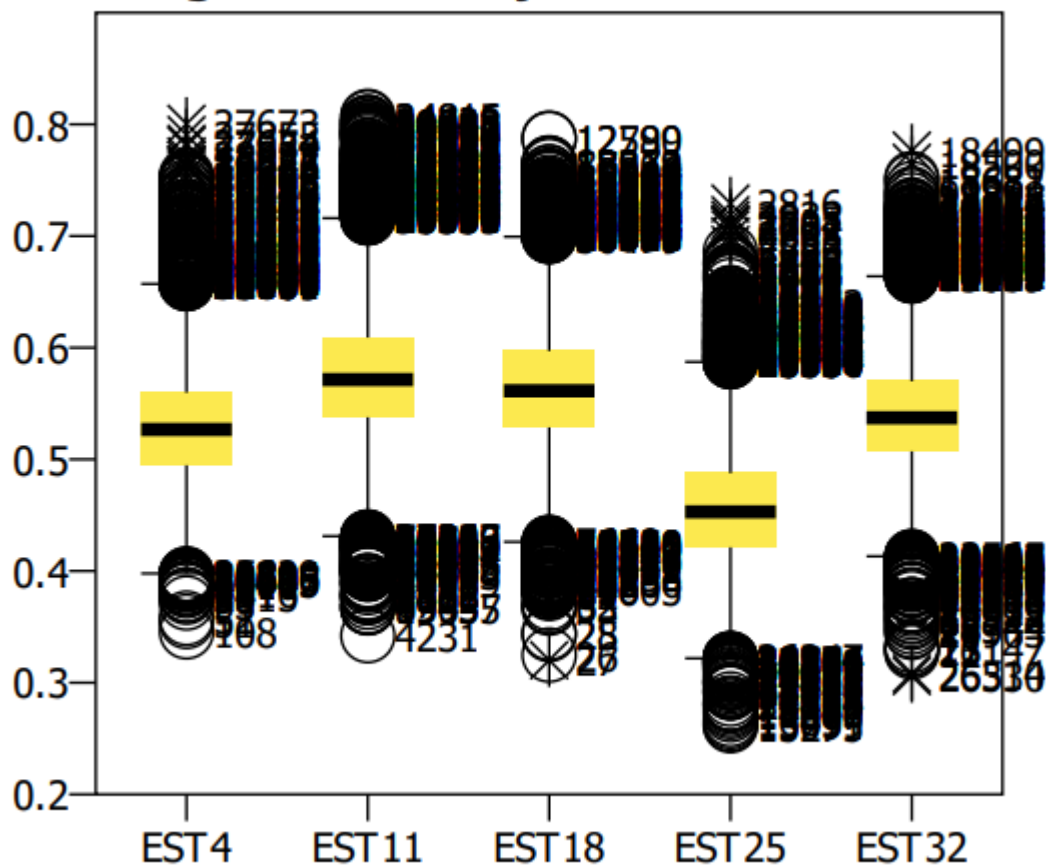


Gráfico 5. 15 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 45°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 99. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 45°.

	ESC4	ESC11	ESC18	ESC25	ESC33
MAX	0,800488	0,80708	0,787533	0,729168	0,776547
MIN	0,345541	0,342123	0,320134	0,261524	0,305974
Q1	0,49	0,54	0,53	0,42	0,51
MEDIANA	0,53	0,57	0,56	0,45	0,54
Q3	0,56	0,61	0,6	0,49	0,57



EXT. INF BIGOTE	0,385	0,435	0,425	0,315	0,42
EXT. SUP BIGOTE	0,665	0,715	0,705	0,595	0,66
RIQ	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
% IDENTIFICADOS	90,52%	66,15%	73,03%	99,14%	99,91%
N TOTAL	31175	35250	32413	33062	22749
N VALIDO	28221	23318	23670	32778	22728

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

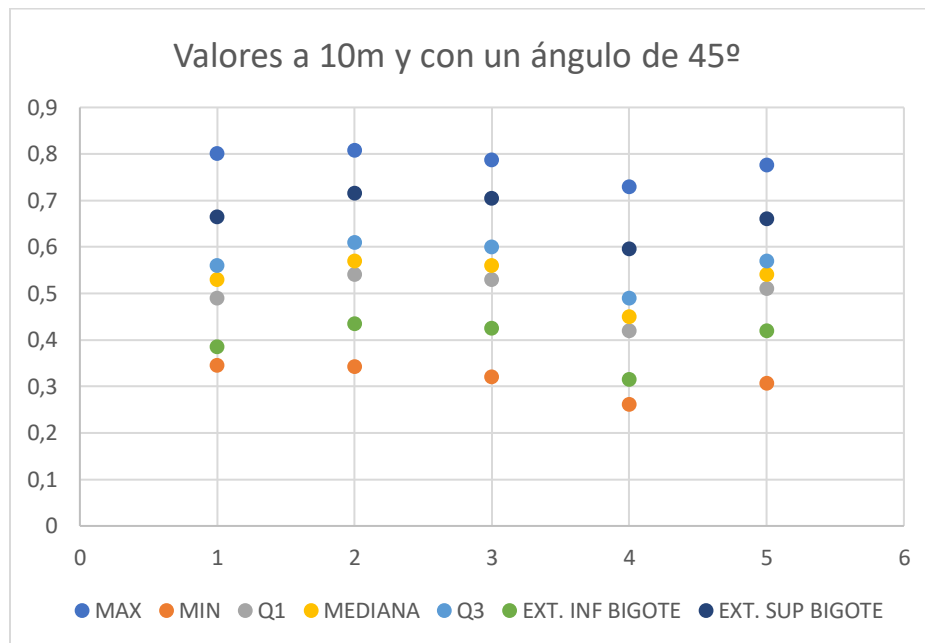


Gráfico 5. 16 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 45º.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 25, siendo el límite inferior de 0,315 y el superior de 0,595.

- Ensayo para una distancia de 10m y un ángulo de 30º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 2: 5, 12, 19, 26 y 33.

Diagrama de caja

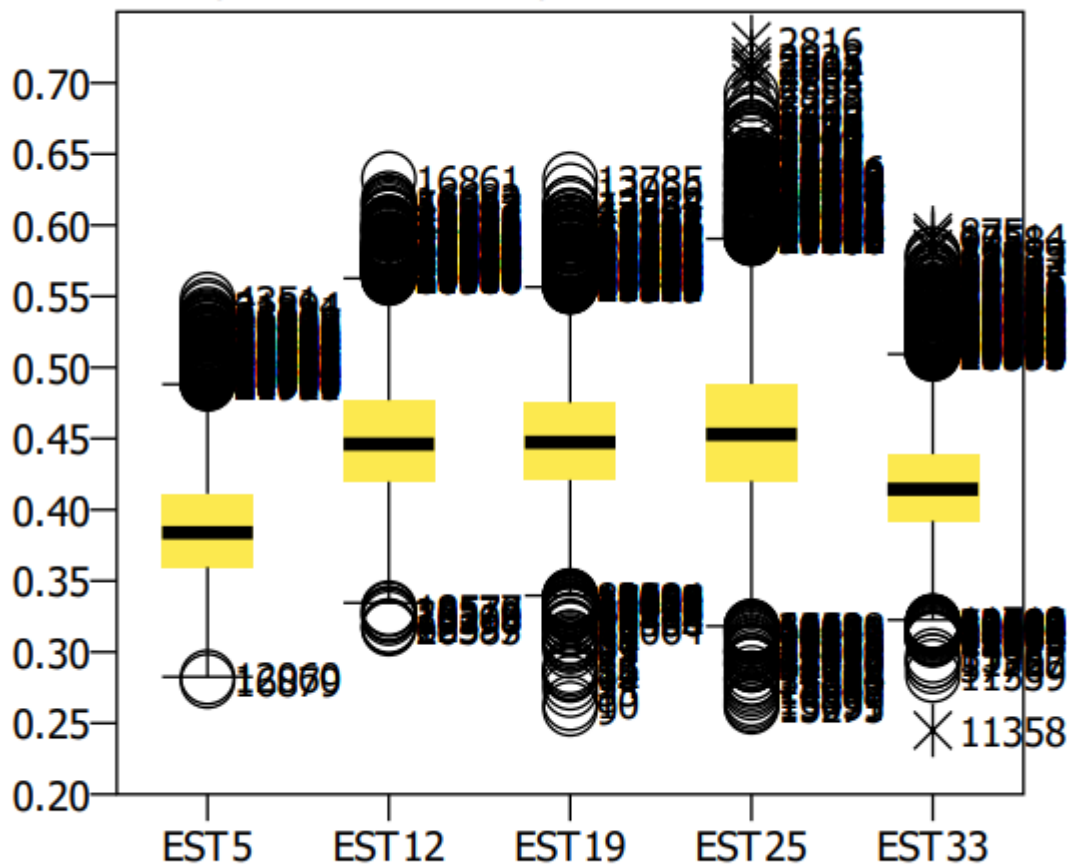


Gráfico 5. 17 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 30°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 100. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 30°.

	ESC5	ESC12	ESC19	ESC26	ESC33
MAX	0,547738	0,632715	0,632227	0,536995	0,594858
MIN	0,279606	0,316472	0,26006	0,230518	0,244923
Q1	0,36	0,42	0,42	0,34	0,39
MEDIANA	0,38	0,45	0,45	0,36	0,41
Q3	0,41	0,48	0,48	0,39	0,44
EXT. INF BIGOTE	0,285	0,33	0,33	0,265	0,315



EXT. SUP BIGOTE	0,485	0,57	0,57	0,465	0,515
RIQ	0,05	0,06	0,06	0,05	0,05
% IDENTIFICADOS	97,06%	64,37%	65,31%	98,84%	89,05%
N TOTAL	21928	24644	23263	21928	22749
N VALIDO	21284	15864	15192	21674	20257

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

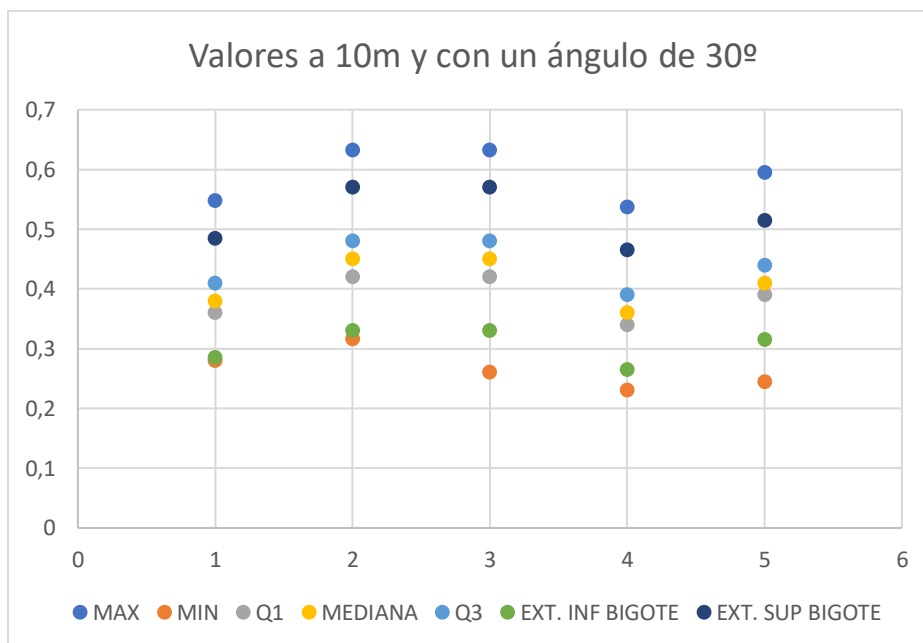


Gráfico 5. 18 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 30°.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 26, siendo el límite inferior de 0,265 y el superior de 0,465.

- Ensayo para una distancia de 10m y un ángulo de -30º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 2: 6, 13, 20, 27 y 34.

Diagrama de caja

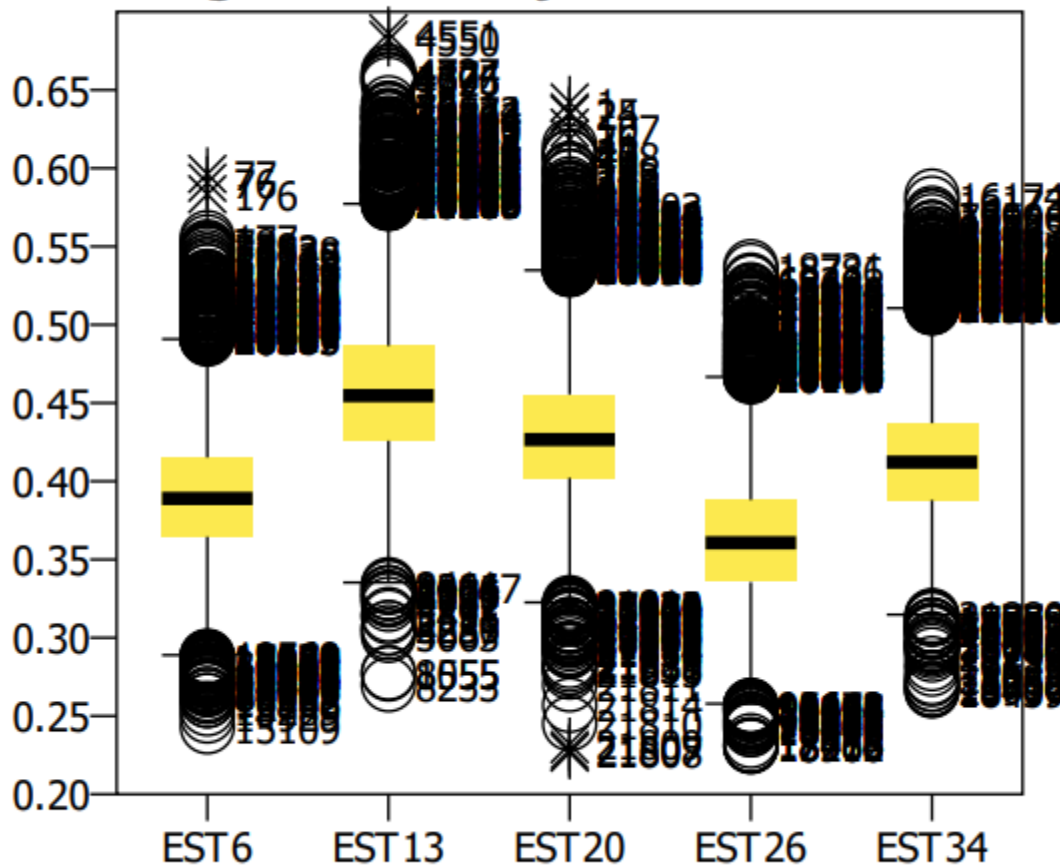


Gráfico 5. 23 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de -30°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 101. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de -30°.

	ESC6	ESC13	ESC20	ESC27	ESC34
MAX	0,596323	0,686198	0,641993	0,536995	0,582162
MIN	0,243214	0,270085	0,226612	0,230518	0,266163
Q1	0,36	0,43	0,4	0,34	0,39
MEDIANA	0,39	0,45	0,43	0,36	0,41
Q3	0,42	0,49	0,46	0,39	0,44
EXT. INF BIGOTE	0,27	0,34	0,31	0,265	0,315



EXT. SUP BIGOTE	0,51	0,58	0,55	0,465	0,515
RIQ	0,06	0,06	0,06	0,05	0,05
% IDENTIFICADOS	96,45%	51,74%	81,17%	98,29%	91,02%
N TOTAL	22798	25195	22103	22166	22434
N VALIDO	21989	13037	17940	21786	20420

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and whiskers.

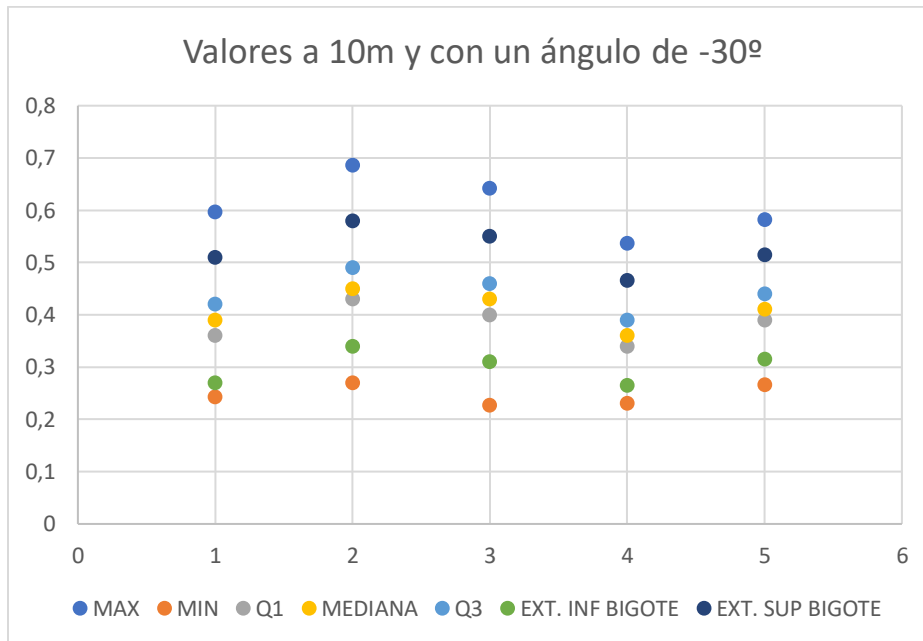


Gráfico 5. 24 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de -30º.

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 27, siendo el límite inferior de 0,265 y el superior de 0,465.

- Ensayo para una distancia de 10 m y un ángulo de -45º

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 2: 7, 14, 21, 28 y 35.

Diagrama de caja

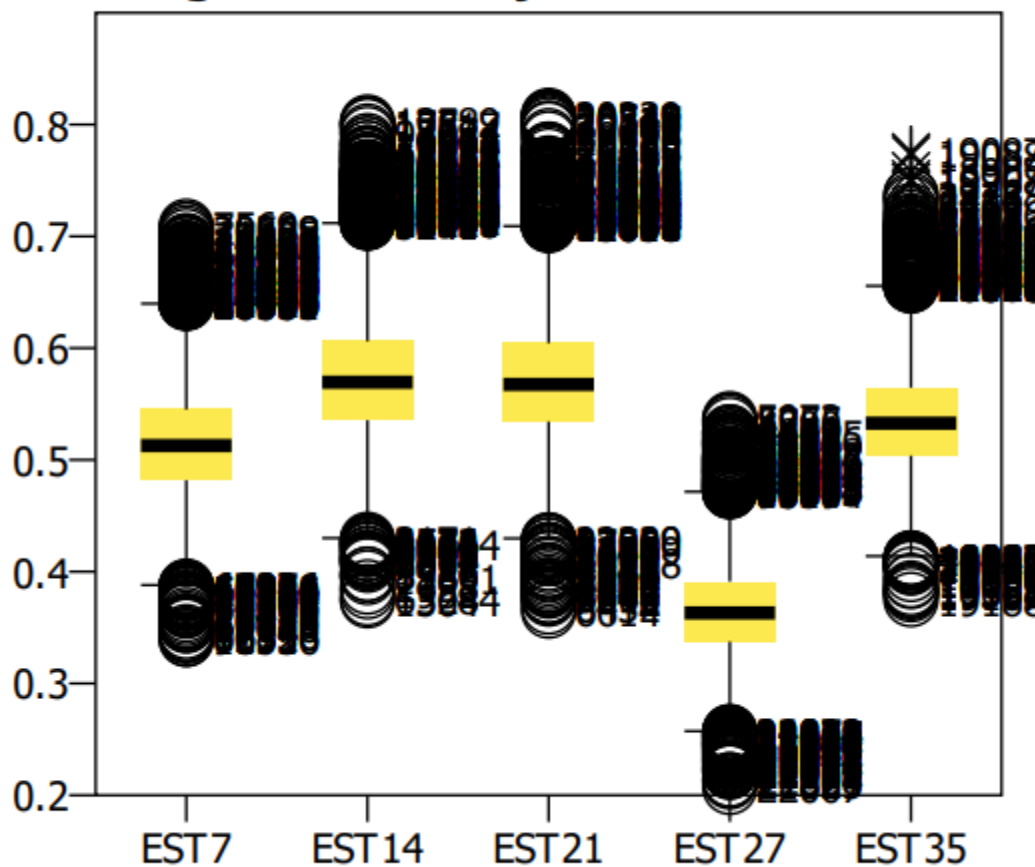


Gráfico 5. 25 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de -45° .

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 102. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de -45° .

	ESC7	ESC14	ESC21	ESC28	ESC35
MAX	0,773129	0,802197	0,808057	0,703532	0,775326
MIN	0,317693	0,374105	0,287663	0,301091	0,375082
Q1	0,48	0,54	0,53	0,42	0,5
MEDIANA	0,51	0,57	0,57	0,46	0,53
Q3	0,54	0,61	0,6	0,49	0,56



EXT. INF BIGOTE	0,39	0,435	0,425	0,315	0,41
EXT. SUP BIGOTE	0,63	0,715	0,705	0,595	0,65
RIQ	0,06	0,07	0,07	0,07	0,06
% IDENTIFICADOS	94,99%	68,52%	70,20%	98,79%	89,82%
N TOTAL	31778	34899	31324	32981	31584
N VALIDO	30187	23912	21988	32582	28369

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and Whiskers.

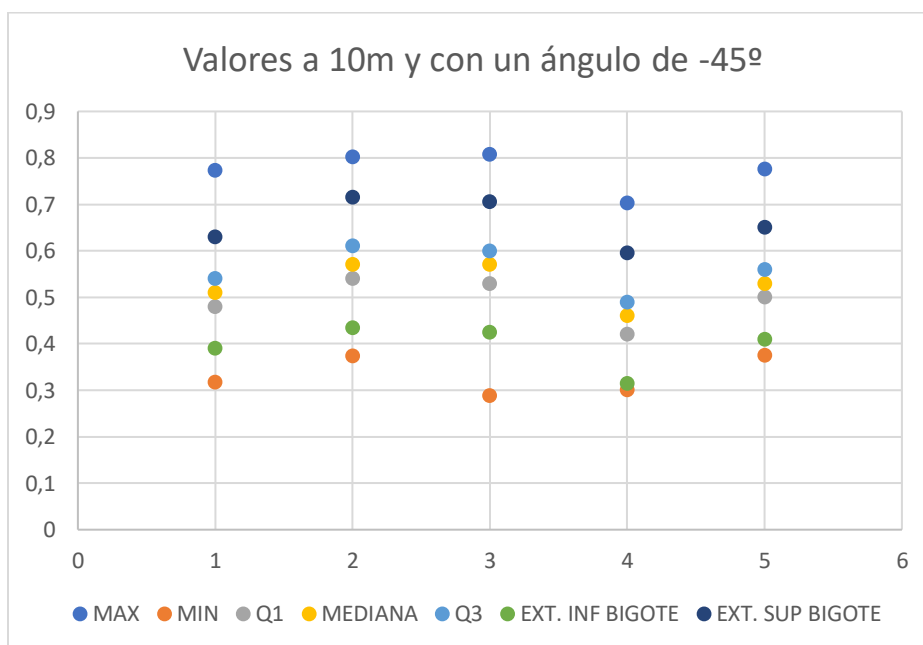


Gráfico 5. 19 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de -45° .

A partir de esta grafico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 28, siendo el límite inferior de 0,315 y el superior de 0,595.

- Ensayo para una distancia de 10m y un ángulo de -60°

Con esto se hace el ensayo de cinco muestras, escaneadas desde el estacionamiento 2: 8, 15, 22, 29 y 36.

Diagrama de caja

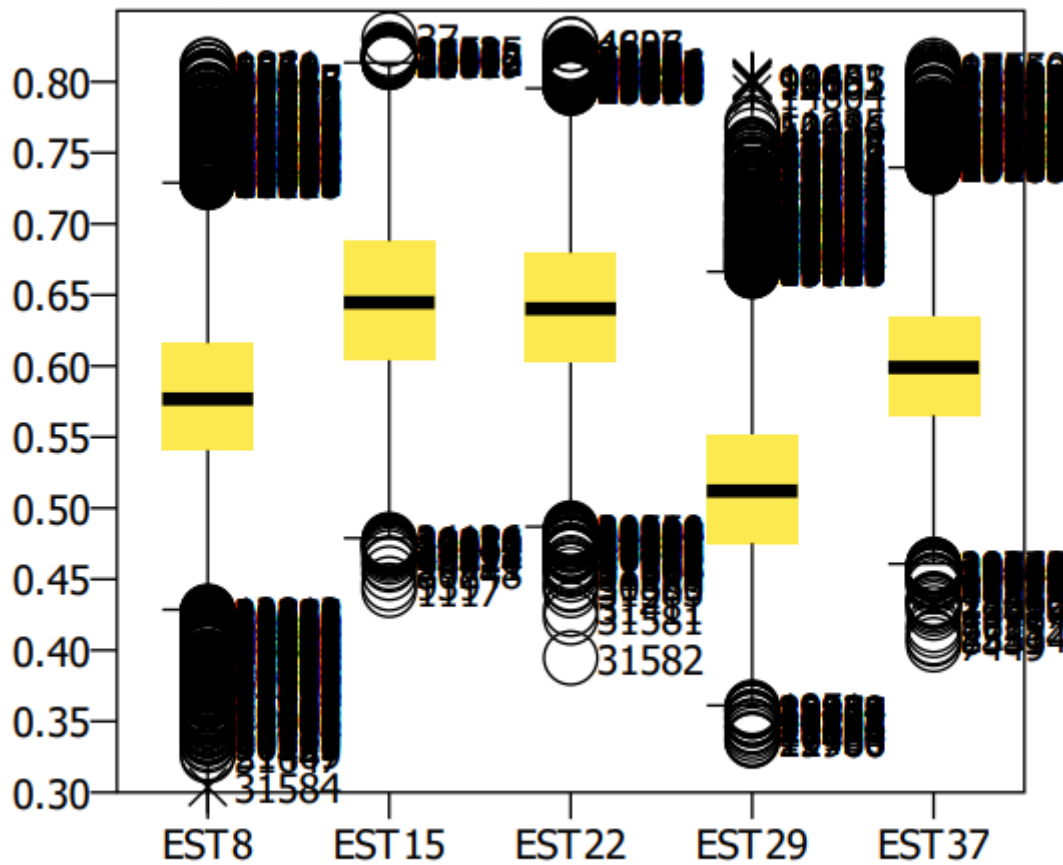


Gráfico 5. 20 Diagramas de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de - 60°.

A partir de aquí se van a analizar los siguientes conceptos del Box and Whiskers como son el máximo y el mínimo, los valores de los cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, además de esto obtendremos los extremos de los bigotes el inferior y el superior, así como el rango intercuartílico y la identificación de los valores dentro del rango.

Tabla 5. 103. Test de Box and Whiskers muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de 60°.

	ESC8	ESC15	ESC22	ESC29	ESC36
MAX	0,823194	0,830274	0,835157	0,790707	0,832959
MIN	0,393393	0,43711	0,292302	0,271061	0,375326
Q1	0,57	0,63	0,64	0,48	0,6
MEDIANA	0,6	0,67	0,68	0,52	0,63



Q3	0,64	0,71	0,72	0,56	0,67
EXT. INF BIGOTE	0,465	0,51	0,52	0,36	0,495
EXT. SUP BIGOTE	0,745	0,83	0,84	0,68	0,775
RIQ	0,07	0,08	0,08	0,08	0,07
% IDENTIFICADOS	88,94%	55,76%	51,31%	98,50%	80,25%
N TOTAL	38512	43394	38357	40410	39540
N VALIDO	34251	24196	19682	39803	31732

A raíz de estos valores mostrados en la tabla se ha realizado una gráfica del box and Whiskers.

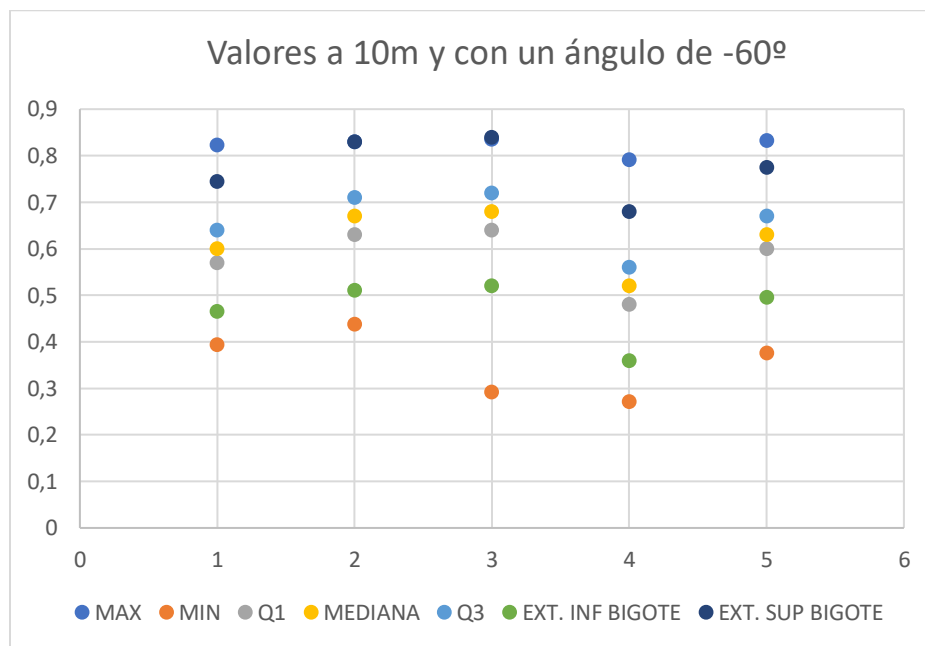


Gráfico 5. 28 Diagramas simplificados de las distintas muestras para el estacionamiento 2 (10 m), y ángulo de -60° .

A partir de este gráfico se puede ver que se han tomado los límites con los valores de los extremos de los bigotes del escaneo nº 29, siendo el límite inferior de 0,36 y el superior de 0,68.

- 5.1.3.3. Trabajo en base a muestras distintas, con ángulos y distancias coincidentes.

5.1.3.3.1. Ensayo de Box and Whiskers de la misma muestra a 5 metros y un ángulo diferente.

En la segunda fase de los ensayos de Box and Whiskers, se estudian las diferentes estaciones de la misma muestra de roca ornamental las cuales tengan una distancia igual y varíen en el ángulo. Los ángulos que se han tomado en el ensayo son los que se han indicado anteriormente como son 90° , 60° , 45° , 30° , -30° , -45° , -60° . A partir de ellos se han analizado las cinco muestras existentes, con ello se han obtenido los valores de los máximos, el



mínimo, los diferentes cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, los extremos de los bigotes como son los inferiores y los superiores, así como el rango intercuartílico.

A raíz, de obtención de los valores se han extraído las ecuaciones de cada uno de los términos, una vez se ha obtenido la primera ecuación la idea es la búsqueda de esa ecuación con ajuste de la expresión bueno esto se obtendría con un $R^2 \approx 1$.

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 1 (Crema Pejanda)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 1 (Crema Pejanda) que son las siguientes ESC3 (90°), 4(60), 5(45), 6(30), 7(-30), 8 (-45) y 9 (-60).

Diagrama de caja

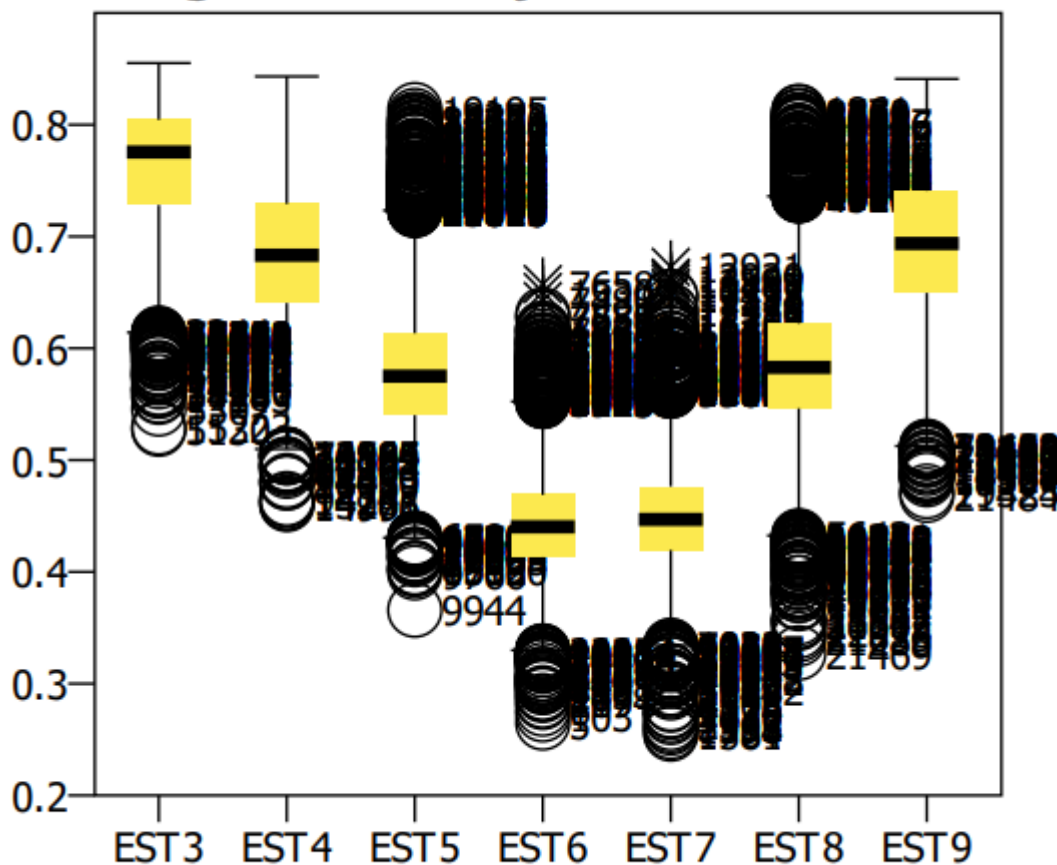


Gráfico 5. 29 Diagramas de correspondientes a la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.



Tabla 5. 104. Test de Box and Whiskers a la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	ESC3	ESC4	ESC5	ESC6	ESC7	ESC8	ESC9
MAX	0,855177	0,843214	0,813428	0,657374	0,67277	0,811963	0,841016
MIN	0,527703	0,460304	0,365805	0,264942	0,254932	0,327459	0,46862
Q1	0,73	0,64	0,54	0,41	0,42	0,55	0,65
MEDIANA	0,78	0,68	0,58	0,44	0,45	0,58	0,69
Q3	0,8	0,73	0,61	0,47	0,48	0,62	0,74
EXT. INF BIGOTE	0,625	0,505	0,435	0,32	0,33	0,445	0,515
EXT. SUP BIGOTE	0,905	0,865	0,715	0,56	0,57	0,725	0,875
RIQ	0,07	0,09	0,07	0,06	0,06	0,07	0,09

A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

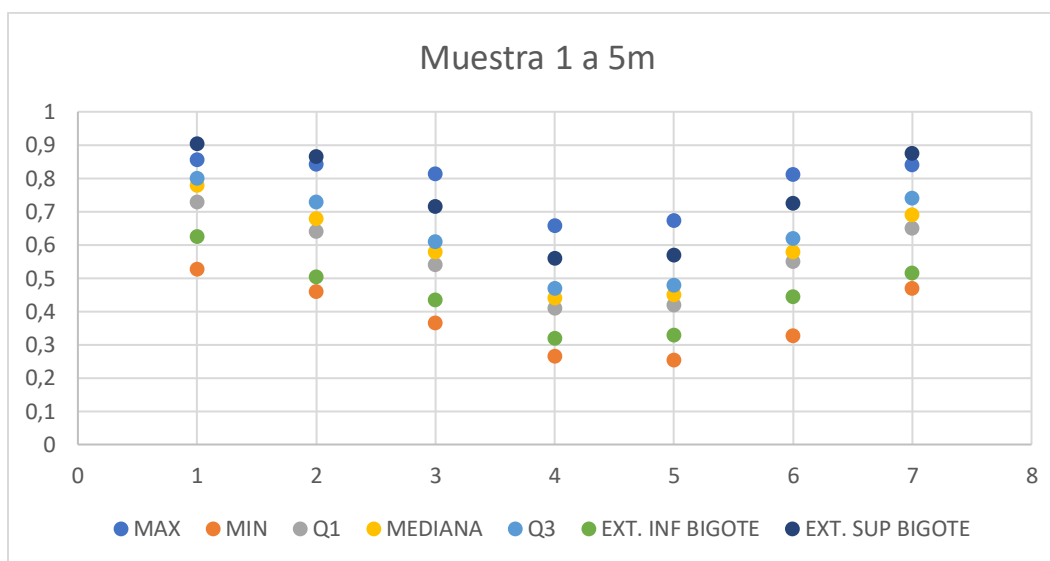


Gráfico 5. 30 Diagramas correspondientes a la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 105. Máximos y mínimos de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,855177	0,527703
60	0,843214	0,460304
45	0,813428	0,365805
30	0,657374	0,264942



-30	0,67277	0,254932
-45	0,811963	0,327459
-60	0,841016	0,46862

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 106. Ecuaciones y ajuste de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -1E-08x^4 + 2E-07x^3 + 0,0001x^2 - 0,0005x + 0,5814$	0,9067
Mínimo	$y = -6E-09x^4 - 2E-07x^3 + 0,0001x^2 + 0,0006x + 0,1697$	0,9942

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste optimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de máximos y por el contrario se elimina el valor de 60º en el caso de la ecuación de mínimos.

Tabla 5. 107. Ecuaciones y ajuste corregidas de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -4E-08x^4 + 7E-08x^3 + 0,0003x^2 - 0,0002x + 0,471$	0,9985
Mínimo	$y = -9E-09x^4 + 2E-07x^3 + 0,0001x^2 + 7E-05x + 0,1772$	0,9996

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 108. Ángulo y primer cuartil de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

Ángulo	Q1
90	0,73
60	0,64
45	0,54
30	0,41
-30	0,42
-45	0,55
-60	0,65

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 109. Ecuación y ajuste del primer cuartil de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación	R ²
Q1	$y = -1E-08x^4 + 7E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,3102$	0,9956



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del primer cuartil.

Tabla 5. 110. Ecuación corregida y ajuste del primer cuartil de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -2E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,2759$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 111. Ángulo y mediana de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

Ángulo	Mediana
90	0,78
60	0,68
45	0,58
30	0,44
-30	0,45
-45	0,58
-60	0,69

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 112. Ecuación y ajuste de la mediana de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -1E-08x^4 + 5E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0002x + 0,3372$	0,9953

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 113. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -2E-08x^4 + 3E-09x^3 + 0,0002x^2 - 8E-05x + 0,301$	0,9993

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.



Tabla 5. 114. Ángulo y tercer cuartil de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

Ángulo	Q3
90	0,8
60	0,73
45	0,61
30	0,47
-30	0,48
-45	0,62
-60	0,74

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 115. Ecuación y ajuste del tercer cuartil de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -1E-08x^4 + 5E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,3525$	0,9984

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 116. Ecuación corregida y ajuste del tercer cuartil de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -2E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,3304$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 117. Ángulo y valores del extremo inferior del bigote de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,625
60	0,505
45	0,435
30	0,32
-30	0,33
-45	0,445
-60	0,515

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.



Tabla 5. 118. Ecuación y ajuste del extremo inferior del bigote de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -7E-09x^4 + 9E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,2468$	0,9873

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 119. Ecuación corregida y ajuste del extremo inferior del bigote de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -2E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,194$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 120. Ángulo y extremo superior del bigote de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,905
60	0,865
45	0,715
30	0,56
-30	0,57
-45	0,725
-60	0,875

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 121. Ecuación y ajuste del extremo superior del bigote de la muestra Crema Pejanda, escaneada en el estacionamiento 1.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -1E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,4159$	1

En este caso el ajuste es perfecto sin necesidad de tener que quitar ninguna medida.

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 2 (Piedra arenisca de Aguilar)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 2 (piedra arenisca de Aguilar) que son los siguientes 10, 11, 12, 13, 14, 15 y 16.

Diagrama de caja

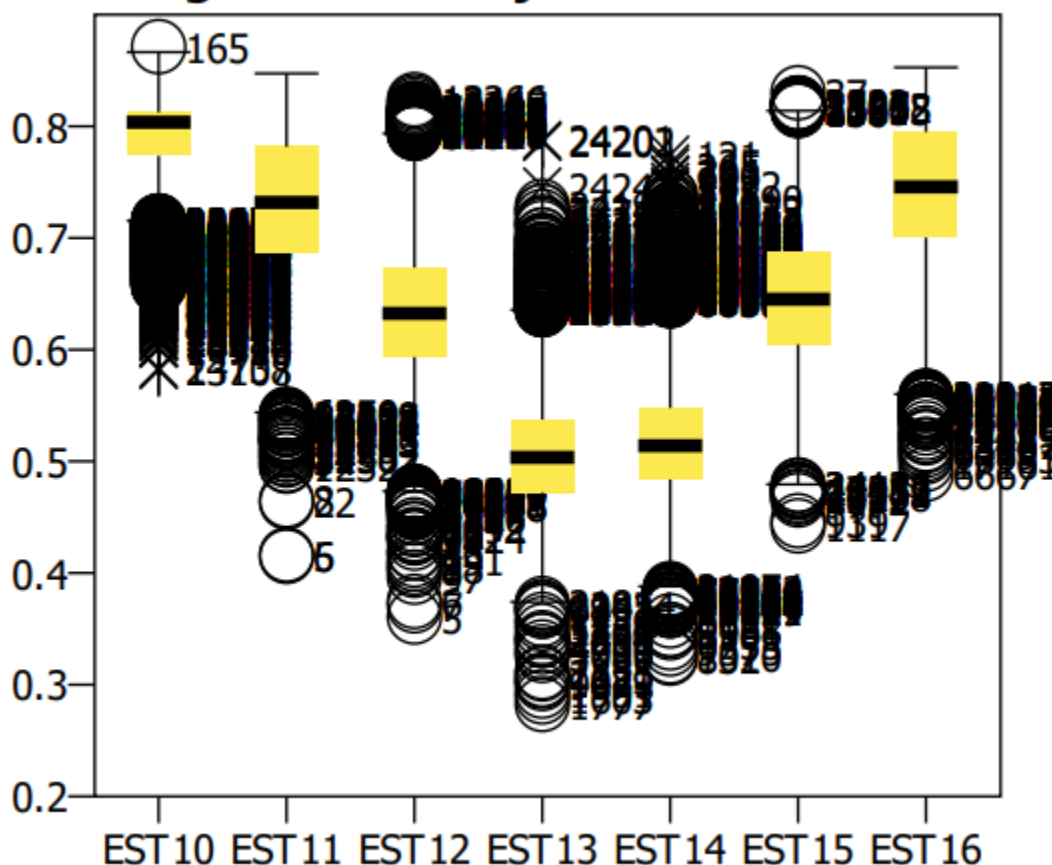


Gráfico 5. 31 Diagramas correspondientes a la muestra Piedra Arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.

Tabla 5. 122. Box and Whiskers de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	ESC10	ESC11	ESC12	ESC13	ESC14	ESC15	ESC16
MAX	0,871305	0,847364	0,823926	0,787778	0,774594	0,83003	0,852735
MIN	0,581674	0,414893	0,360678	0,282292	0,323796	0,442237	0,48864
Q1	0,77	0,69	0,59	0,47	0,48	0,6	0,7
MEDIANA	0,8	0,73	0,63	0,5	0,51	0,65	0,75
Q3	0,81	0,78	0,67	0,54	0,55	0,69	0,79
EXT. INF BIGOTE	0,71	0,555	0,47	0,365	0,375	0,465	0,565
EXT. SUP BIGOTE	0,87	0,915	0,79	0,645	0,655	0,825	0,925
RIQ	0,04	0,09	0,08	0,07	0,07	0,09	0,09

A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

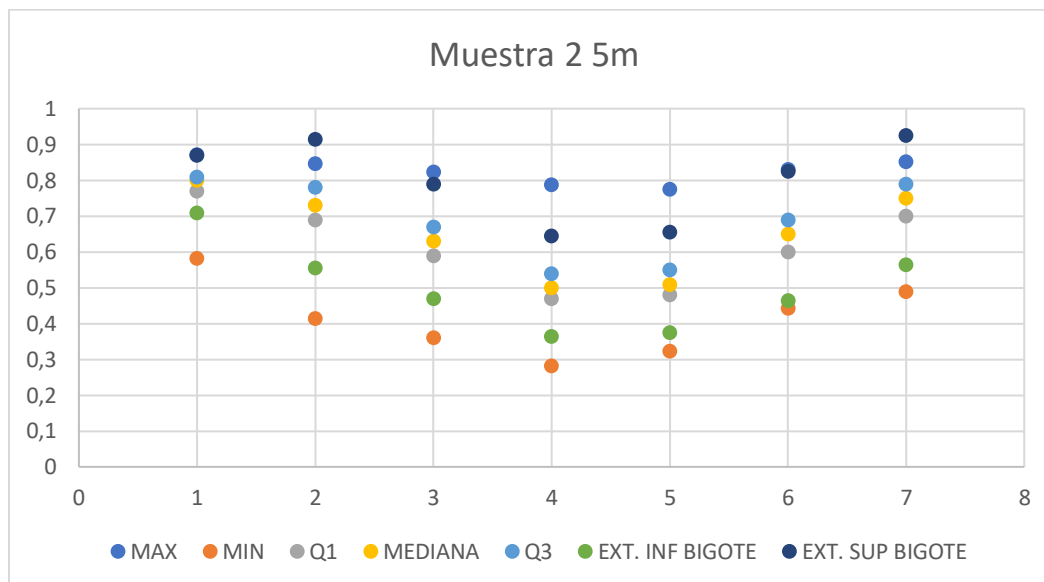


Gráfico 5. 32 Diagramas correspondientes a la muestra Piedra Arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 2 de piedra de arenisca Aguilar que se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 123. Máximos y mínimos de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,871305	0,581674
60	0,847364	0,414893
45	0,823926	0,360678
30	0,787778	0,282292
-30	0,774594	0,323796
-45	0,83003	0,442237
-60	0,852735	0,48864

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 124. Ecuación y ajuste de máximos y mínimos de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -3E-09x^4 - 3E-08x^3 + 4E-05x^2 + 7E-05x + 0,7535$	0,9604
Mínimo	$y = -4E-09x^4 + 2E-07x^3 + 8E-05x^2 - 0,0011x + 0,2478$	0,9792



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de -60° para ambas ecuaciones.

Tabla 5. 125. Ecuación corregida y ajuste de máximos y mínimos de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -8E-11x^4 - 3E-07x^3 + 4E-05x^2 + 0,0005x + 0,7471$	0,9973
Mínimo	$y = 6E-10x^4 - 4E-07x^3 + 8E-05x^2 - 0,0002x + 0,235$	0,9959

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 2 de piedra de arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 126. Ángulo y primer cuartil de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

Ángulo	Q1
90	0,77
60	0,69
45	0,59
30	0,47
-30	0,48
-45	0,6
-60	0,7

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 127. Ecuación y ajuste del primer cuartil de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Q1	$y = -1E-08x^4 + 5E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0002x + 0,3736$	0,9977

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90° para obtener la ecuación del primer cuartil.

Tabla 5. 128. Ecuación corregida y ajuste del primer cuartil de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -2E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,3499$	1



Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 2 de la piedra de arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 129. Ángulo y mediana de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

Ángulo	Mediana
90	0,8
60	0,73
45	0,63
30	0,5
-30	0,51
-45	0,65
-60	0,75

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 130. Ecuación y ajuste de la mediana de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -1E-08x^4 + 6E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,3969$	0,9943

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 131. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -2E-08x^4 + 1E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,3589$	0,9999

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 2 de piedra de arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 132. Ángulo y tercer cuartil de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

Ángulo	Q3
90	0,81
60	0,78
45	0,67
30	0,54



-30	0,55
-45	0,69
-60	0,79

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 133. Ecuación y ajuste de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -1E-08x^4 + 8E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0004x + 0,4279$	0,9967

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 134. Ecuación corregida y ajuste de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -2E-08x^4 + 5E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0003x + 0,401$	0,9997

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 2 de piedra de arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 135. Ángulo y extremo inferior del bigote de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,71
60	0,555
45	0,47
30	0,365
-30	0,375
-45	0,465
-60	0,565

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 136. Ecuación y ajuste del extremo inferior del bigote de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -5E-09x^4 + 1E-08x^3 + 9E-05x^2 - 8E-05x + 0,292$	0,9978



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de -60° para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 137. Ecuación corregida y ajuste del extremo inferior del bigote de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -8E-09x^4 + 9E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0002x + 0,2763$	0,9998

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 2 de la piedra de arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 138. Ángulo y extremo superior del bigote de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,87
60	0,915
45	0,79
30	0,645
-30	0,655
-45	0,825
-60	0,925

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 139. Ecuación y ajuste del extremo superior del bigote de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -2E-08x^4 + 1E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0005x + 0,5095$	0,9942

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de -60° para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 140. Ecuación corregida y ajuste del extremo superior del bigote de la muestra Piedra arenisca de Aguilar, escaneada en el estacionamiento 2.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -1E-08x^4 - 3E-07x^3 + 0,0002x^2 + 9E-05x + 0,5012$	0,9998

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 3 (Rosalina)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 3 (Rosalina) que son los siguientes 17, 18, 19, 20, 21, 22 y 23.

Diagrama de caja

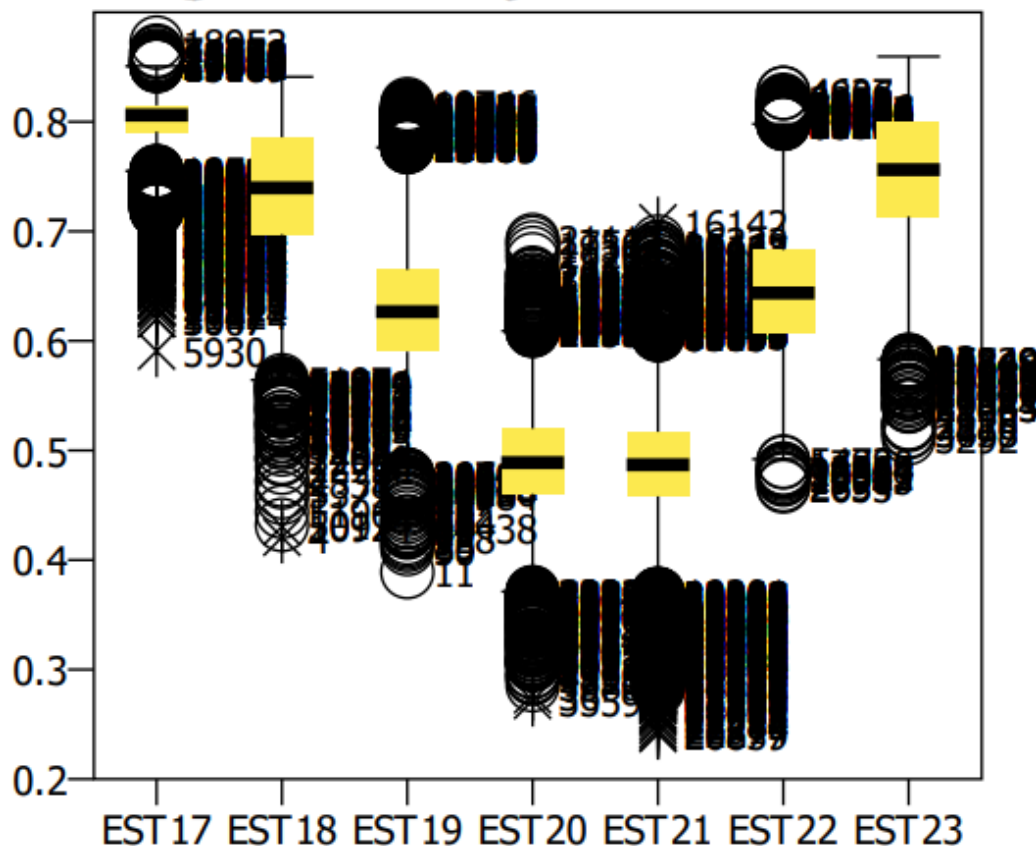


Gráfico 5. 33 Diagramas correspondientes a la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.

Tabla 5. 141. Box and Whiskers de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	ESC17	ESC18	ESC19	ESC20	ESC21	ESC22	ESC23
MAX	0,872282	0,841016	0,816114	0,692058	0,707683	0,826368	0,859571
MIN	0,590707	0,420752	0,388998	0,271794	0,241505	0,467155	0,511345
Q1	0,79	0,7	0,59	0,46	0,46	0,61	0,71
MEDIANA	0,81	0,74	0,63	0,49	0,49	0,64	0,76
Q3	0,81	0,79	0,66	0,52	0,52	0,68	0,8
EXT. INF BIGOTE	0,76	0,565	0,485	0,37	0,37	0,505	0,575
EXT. SUP BIGOTE	0,84	0,925	0,765	0,61	0,61	0,785	0,935
RIQ	0,02	0,09	0,07	0,06	0,06	0,07	0,09



A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

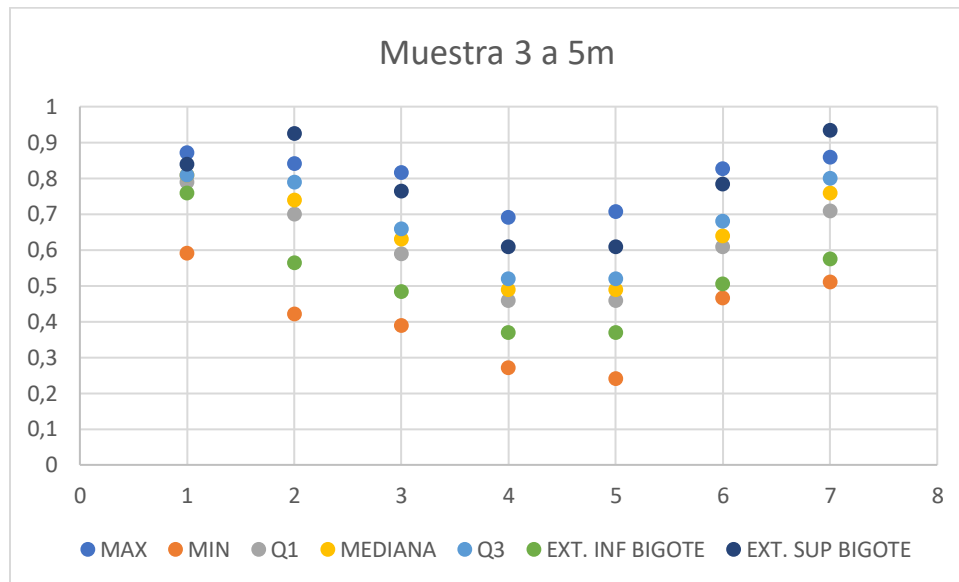


Gráfico 5. 34 Diagramas correspondientes a la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 3 de Rosalina que se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 142. Máximos y mínimos de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,872282	0,590707
60	0,841016	0,420752
45	0,816114	0,388998
30	0,692058	0,271794
-30	0,707683	0,241505
-45	0,826368	0,467155
-60	0,859571	0,511345

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 143. Ecuación y ajuste de máximos y mínimos de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -9E-09x^4 + 1E-07x^3 + 1E-04x^2 - 0,0005x + 0,6328$	0,9173
Mínimo	$y = -5E-09x^4 - 9E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,1933$	0,897



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para el máximo y el de -60º para la ecuación de mínimos para ambas ecuaciones.

Tabla 5. 144. Ecuación corregida y ajuste de máximos y mínimos de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -3E-08x^4 + 2E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,5424$	0,9991
Mínimo	$y = 9E-09x^4 - 2E-06x^3 + 0,0001x^2 + 0,0024x + 0,1571$	0,9869

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 145. Ángulo y primer cuartil de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

Ángulo	Q1
90	0,79
60	0,7
45	0,59
30	0,46
-30	0,46
-45	0,61
-60	0,71

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 146. Ecuación y ajuste del primer cuartil de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Q1	$y = -1E-08x^4 + 6E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,349$	0,9939

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del primer cuartil.

Tabla 5. 147. Ecuación corregida y ajuste del primer cuartil de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -2E-08x^4 + 9E-09x^3 + 0,0002x^2 - 0,0001x + 0,309$	0,9987



Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 148. Ángulo y mediana de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

Ángulo	Mediana
90	0,81
60	0,74
45	0,63
30	0,49
-30	0,49
-45	0,64
-60	0,76

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 149. Ecuación y ajuste de la mediana de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -1E-08x^4 - 1E-08x^3 + 0,0001x^2 - 9E-05x + 0,3718$	0,9959

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 150. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -2E-08x^4 - 5E-08x^3 + 0,0002x^2 + 2E-05x + 0,3363$	0,9999

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 151. Ángulo y tercer cuartil de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

Ángulo	Q3
90	0,81
60	0,79
45	0,66
30	0,52



-30	0,52
-45	0,68
-60	0,8

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 152. Ecuación y ajuste del tercer cuartil de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -1E-08x^4 + 4E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,3859$	0,9975

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 153. Ecuación corregida y ajuste del tercer cuartil de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -2E-08x^4 + 9E-09x^3 + 0,0002x^2 - 0,0001x + 0,3636$	0,999

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 154. Ángulo y extremo inferior del bigote de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,76
60	0,565
45	0,485
30	0,37
-30	0,37
-45	0,505
-60	0,575

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 155. Ecuación y ajuste del extremo inferior del bigote de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -6E-09x^4 + 9E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,2936$	0,9865



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 156. Ecuación corregida y ajuste del extremo inferior del bigote de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -2E-08x^4 + 9E-09x^3 + 0,0002x^2 - 0,0001x + 0,2271$	0,9981

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 3 de la Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 157. Ángulo y extremo superior del bigote de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,84
60	0,925
45	0,765
30	0,61
-30	0,61
-45	0,785
-60	0,935

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 158. Ecuación y ajuste del extremo superior del bigote de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -2E-08x^4 + 4E-09x^3 + 0,0002x^2 - 0,0001x + 0,4413$	0,9992

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 159. Ecuación corregida y ajuste del extremo superior del bigote de la muestra Rosalina, escaneada en el estacionamiento 3.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -2E-08x^4 + 9E-09x^3 + 0,0002x^2 - 0,0001x + 0,4454$	0,9993

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 4 (Marrón Belmonte)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 4 (Marrón Belmonte) que son los siguientes 24, 25, 26, 27, 28, 29 y 30.

Diagrama de caja

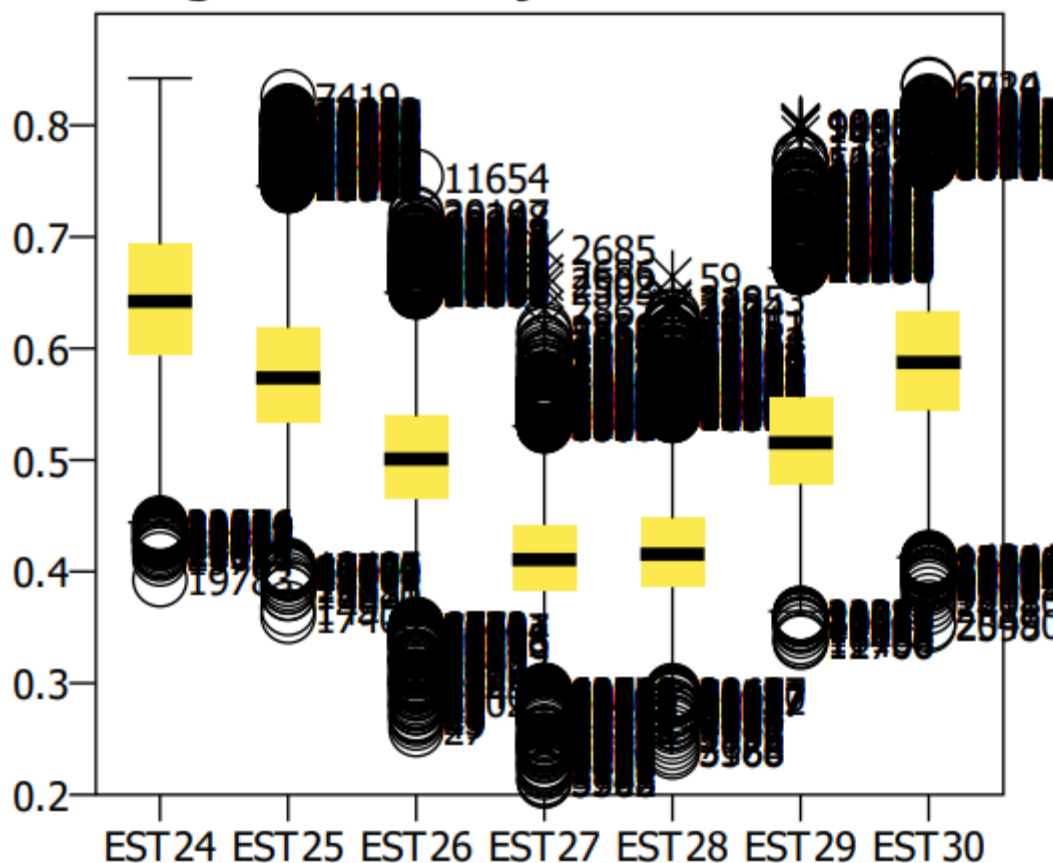


Gráfico 5. 35 Diagramas correspondientes a la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.

Tabla 5. 160. Box and Whiskers de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	ESC24	ESC25	ESC26	ESC27	ESC28	ESC29	ESC30
MAX	0,842237	0,825391	0,75433	0,689616	0,66421	0,802686	0,836622
MIN	0,39266	0,359945	0,25835	0,212451	0,238331	0,336751	0,351888
Q1	0,59	0,53	0,46	0,38	0,39	0,48	0,54
MEDIANA	0,64	0,57	0,5	0,41	0,42	0,52	0,59
Q3	0,69	0,62	0,54	0,44	0,45	0,56	0,63
EXT. INF BIGOTE	0,44	0,395	0,34	0,29	0,3	0,36	0,405
EXT. SUP BIGOTE	0,84	0,755	0,66	0,53	0,54	0,68	0,765
RIQ	0,1	0,09	0,08	0,06	0,06	0,08	0,09



A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

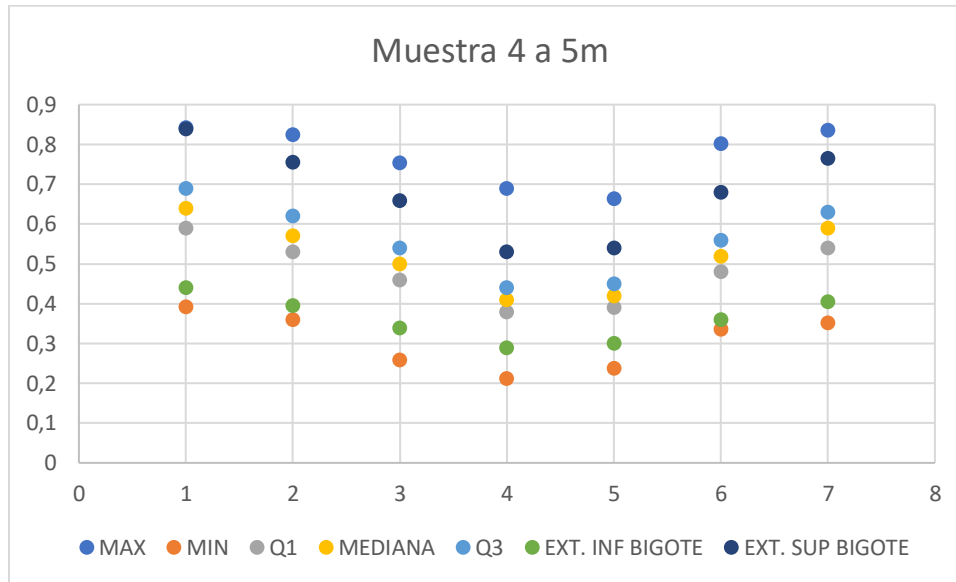


Gráfico 5. 36 Diagramas correspondientes a la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 4 de Marrón Belmonte que se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 161. Máximos y mínimos de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,842237	0,39266
60	0,825391	0,359945
45	0,75433	0,25835
30	0,689616	0,212451
-30	0,66421	0,238331
-45	0,802686	0,336751
-60	0,836622	0,351888

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 162. Ecuación y ajuste de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -8E-09x^4 + 3E-08x^3 + 9E-05x^2 - 0,0002x + 0,6069$	0,937
Mínimo	$y = -1E-08x^4 + 3E-07x^3 + 9E-05x^2 - 0,0012x + 0,1509$	0,9556



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor -60º para ambas ecuaciones.

Tabla 5. 163. Ecuación corregida y ajuste de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -1E-09x^4 - 8E-07x^3 + 1E-04x^2 + 0,0011x + 0,5897$	0,9986
Mínimo	$y = -6E-09x^4 - 5E-08x^3 + 9E-05x^2 - 0,0006x + 0,1426$	0,9829

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 164. Ángulo y primer cuartil de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

Ángulo	Q1
90	0,59
60	0,53
45	0,46
30	0,38
-30	0,39
-45	0,48
-60	0,54

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 165. Ecuación y ajuste de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Q1	$y = -7E-09x^4 + 8E-08x^3 + 9E-05x^2 - 0,0003x + 0,3156$	0,9954

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del primer cuartil.

Tabla 5. 166. Ecuación corregida y ajuste de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -1E-08x^4 + 5E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,2939$	0,9992



Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 167. Ángulo y mediana de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

Ángulo	Mediana
90	0,64
60	0,57
45	0,5
30	0,41
-30	0,42
-45	0,52
-60	0,59

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 168. Ecuación y ajuste de la mediana de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -7E-09x^4 + 5E-08x^3 + 9E-05x^2 - 0,0003x + 0,3413$	0,9937

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 169. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -1E-08x^4 + 1E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0002x + 0,312$	0,9998

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 170. Ángulo y tercer cuartil de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

Ángulo	Q3
90	0,69
60	0,62
45	0,54
30	0,44



-30	0,45
-45	0,56
-60	0,63

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 171. Ecuación y ajuste del tercer cuartil de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -8E-09x^4 + 9E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0004x + 0,3622$	0,9934

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 172. Ecuación corregida y ajuste del tercer cuartil de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -2E-08x^4 + 5E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,3301$	0,9995

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 173. Ángulo y extremo inferior del bigote de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,44
60	0,395
45	0,34
30	0,29
-30	0,3
-45	0,36
-60	0,405

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 174. Ecuación y ajuste del extremo inferior del bigote de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -5E-09x^4 + 6E-08x^3 + 6E-05x^2 - 0,0003x + 0,2457$	0,9984



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de -60° para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 175. Ecuación corregida y ajuste del extremo inferior del bigote de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -4E-09x^4 - 4E-08x^3 + 6E-05x^2 - 0,0001x + 0,2436$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 4 del Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 176. Ángulo y extremo superior del bigote de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,84
60	0,755
45	0,66
30	0,53
-30	0,54
-45	0,68
-60	0,765

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 177. Ecuación y ajuste del extremo superior del bigote de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -1E-08x^4 + 1E-07x^3 + 0,0001x^2 - 0,0004x + 0,4322$	0,9909

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90° para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 178. Ecuación corregida y ajuste del extremo superior del bigote de la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 4.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -2E-08x^4 + 5E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0003x + 0,3846$	0,9997

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 5 (Percaro)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 5 (Percaro) que son los siguientes 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38.

Diagrama de caja

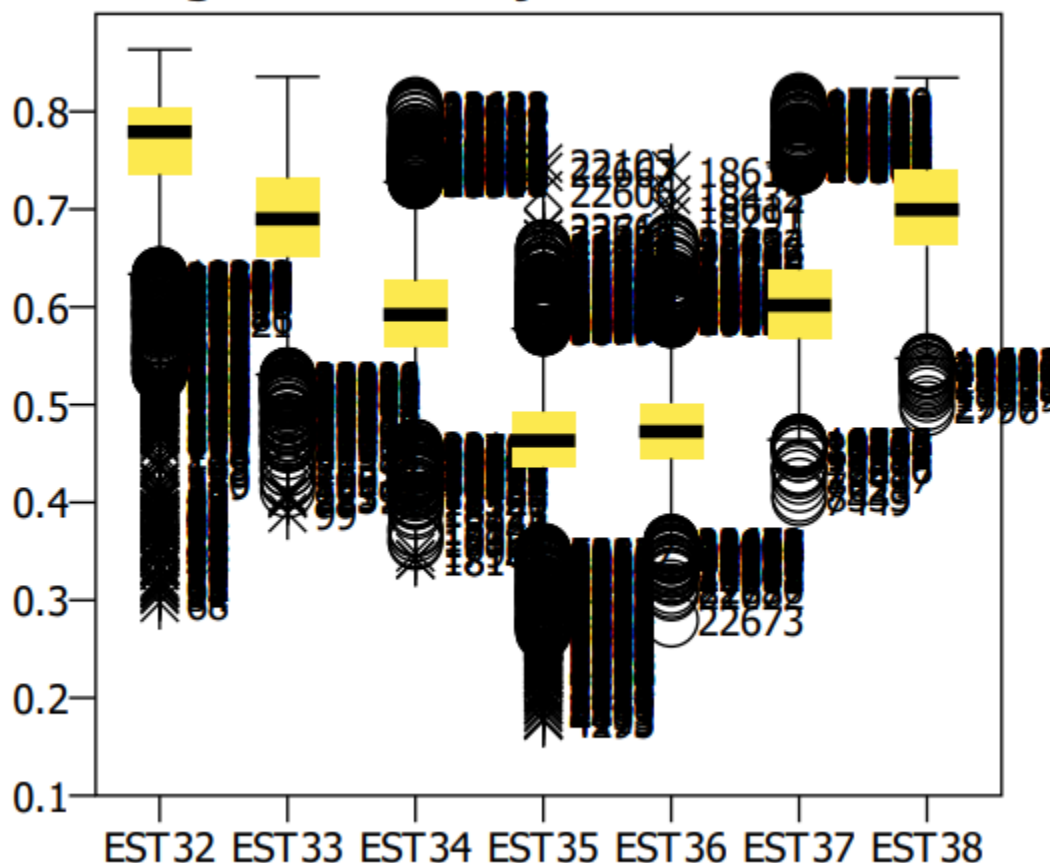


Gráfico 5. 37 Diagramas correspondientes a la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 5.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.

Tabla 5. 179. Box and Whiskers de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	ESC32	ESC33	ESC34	ESC35	ESC36	ESC37	ESC38
MAX	0,863478	0,835645	0,807324	0,747005	0,739681	0,811475	0,834669
MIN	0,297185	0,388998	0,34139	0,176547	0,27985	0,403906	0,496208
Q1	0,74	0,65	0,56	0,44	0,45	0,57	0,66
MEDIANA	0,78	0,69	0,59	0,46	0,47	0,6	0,7
Q3	0,8	0,73	0,63	0,49	0,5	0,64	0,74
EXT. INF BIGOTE	0,65	0,53	0,455	0,365	0,375	0,465	0,54
EXT. SUP BIGOTE	0,89	0,85	0,735	0,565	0,575	0,745	0,86
RIQ	0,06	0,08	0,07	0,05	0,05	0,07	0,08

A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

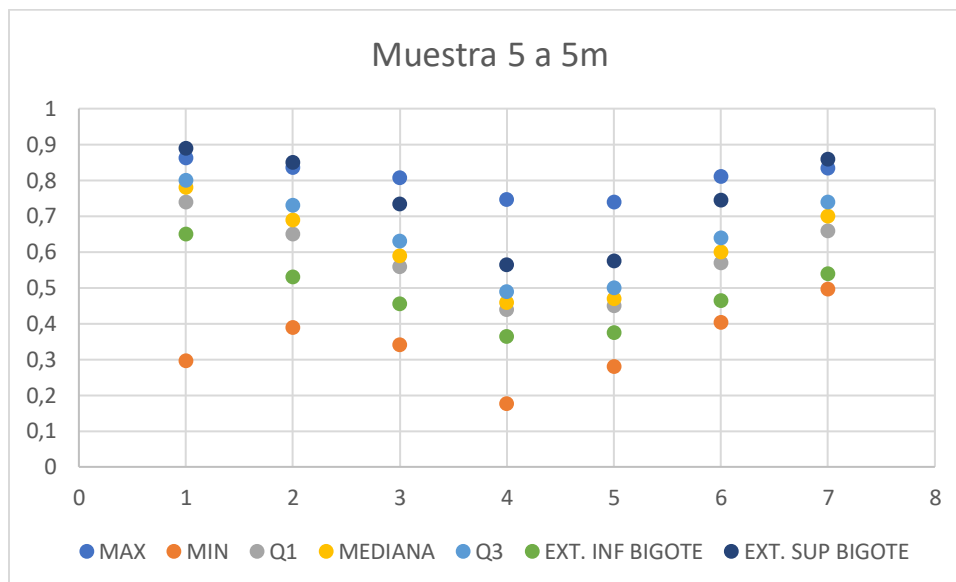


Gráfico 5. 38 Diagramas correspondientes a la muestra Marrón Belmonte, escaneada en el estacionamiento 5.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 5 de Percaro que se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 180. Máximos y mínimos de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,863478	0,297185
60	0,835645	0,388998
45	0,807324	0,34139
30	0,747005	0,176547
-30	0,739681	0,27985
-45	0,811475	0,403906
-60	0,834669	0,496208

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 181. Ecuación y ajuste de máximos y mínimos de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -5E-09x^4 + 3E-08x^3 + 6E-05x^2 - 8E-05x + 0,7035$	0,9552
Mínimo	$y = -2E-08x^4 + 2E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0016x + 0,1105$	0,9691



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor -45 para obtener la ecuación de máximos y 45º para obtener la ecuación de mínimos.

Tabla 5. 182. Ecuación corregida y ajuste de máximos y mínimos de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -3E-09x^4 - 6E-08x^3 + 5E-05x^2 + 0,0003x + 0,7044$	0,9869
Mínimo	$y = -2E-08x^4 + 3E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0019x + 0,1023$	0,9998

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 183. Ángulo y primer cuartil de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

Ángulo	Q1
90	0,74
60	0,65
45	0,56
30	0,44
-30	0,45
-45	0,57
-60	0,66

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 184. Ecuación y ajuste del primer cuartil de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Q1	$y = -9E-09x^4 + 7E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,3502$	0,9948

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del primer cuartil.

Tabla 5. 185. Ecuación corregida y ajuste del primer cuartil de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -2E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,3156$	1



Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 186. Ángulo y mediana de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

Ángulo	Mediana
90	0,78
60	0,69
45	0,59
30	0,46
-30	0,47
-45	0,6
-60	0,7

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 187. Ecuación y ajuste de la mediana de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -1E-08x^4 + 7E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,3602$	0,9956

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 188. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -2E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,3259$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 189. Ángulo y tercer cuartil de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

Ángulo	Q3
90	0,8
60	0,73
45	0,63
30	0,49



-30	0,5
-45	0,64
-60	0,74

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 190. Ecuación y ajuste del tercer cuartil de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -1E-08x^4 + 8E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,3837$	0,9935

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90° para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 191. Ecuación corregida y ajuste del tercer cuartil de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -2E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,3419$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 192. Ángulo y extremo inferior del Bigote de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,65
60	0,53
45	0,455
30	0,365
-30	0,375
-45	0,465
-60	0,54

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 193. Ecuación y ajuste del extremo inferior del Bigote de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -6E-09x^4 + 6E-08x^3 + 9E-05x^2 - 0,0002x + 0,3001$	0,997



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de -90° para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 194. Ecuación corregida y ajuste del extremo inferior del Bigote de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -1E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0002x + 0,2761$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 5 del Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 195. Ángulo y extremo superior del Bigote de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,89
60	0,85
45	0,735
30	0,565
-30	0,575
-45	0,745
-60	0,86

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 196. Ecuación y ajuste del extremo superior del Bigote de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -2E-08x^4 + 9E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0003x + 0,4338$	0,9918

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90° para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 197. Ecuación corregida y ajuste del extremo superior del Bigote de la muestra Percaro, escaneada en el estacionamiento 5.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -3E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,3813$	1

5.1.3.3.2. Ensayo de Box and Whiskers de la misma muestra a 10 metros y un ángulo diferente.

En la segunda fase de los ensayos de Box and Whiskers, se estudian las diferentes estaciones de la misma muestra de roca ornamental las cuales tengan una distancia igual y varíen en el ángulo. Los ángulos que se han tomado en el ensayo son los que se han indicado anteriormente como son 90° , 60° , 45° , 30° , -30° , -45° , -60° .



A partir de ellos se han analizado las cinco muestras existentes, con ello se han obtenido los valores de los máximos, el mínimo, los diferentes cuartiles como son el Q1, Q2, Q3, los extremos de los bigotes como son los inferiores y los superiores, así como el rango intercuartílico.

A raíz, de obtención de los valores se han extraído las ecuaciones de cada uno de los términos, una vez se ha obtenido la primera ecuación la idea es la búsqueda de esa ecuación con ajuste de la expresión bueno esto se obtendría con un $R^2 \approx 1$.

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 1 (Crema Pejanda)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 1 (Crema Pejanda) que son los siguientes 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8.

Diagrama de caja

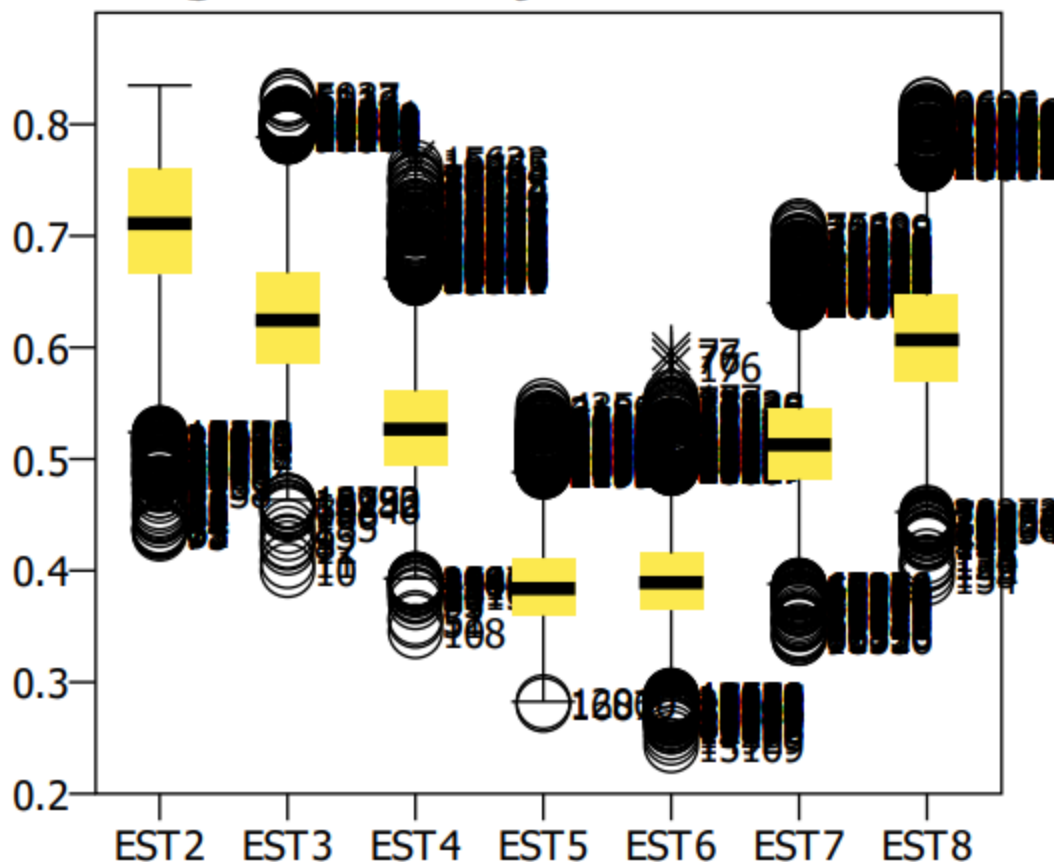


Gráfico 5. 39 Diagramas correspondientes a la muestra Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 1.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.



Tabla 5. 198. Box and Whiskers de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	ESC2	ESC3	ESC4	ESC5	ESC6	ESC7	ESC8
MAX	0,834913	0,825391	0,768002	0,547738	0,596323	0,708904	0,817578
MIN	0,432959	0,400244	0,345541	0,279606	0,243214	0,339437	0,393393
Q1	0,67	0,59	0,49	0,36	0,36	0,48	0,57
MEDIANA	0,71	0,62	0,53	0,38	0,39	0,51	0,61
Q3	0,76	0,67	0,56	0,41	0,42	0,55	0,65
EXT. INF BIGOTE	0,535	0,47	0,385	0,285	0,27	0,375	0,45
EXT. SUP BIGOTE	0,895	0,79	0,665	0,485	0,51	0,655	0,77
RIQ	0,09	0,08	0,07	0,05	0,06	0,07	0,08

A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

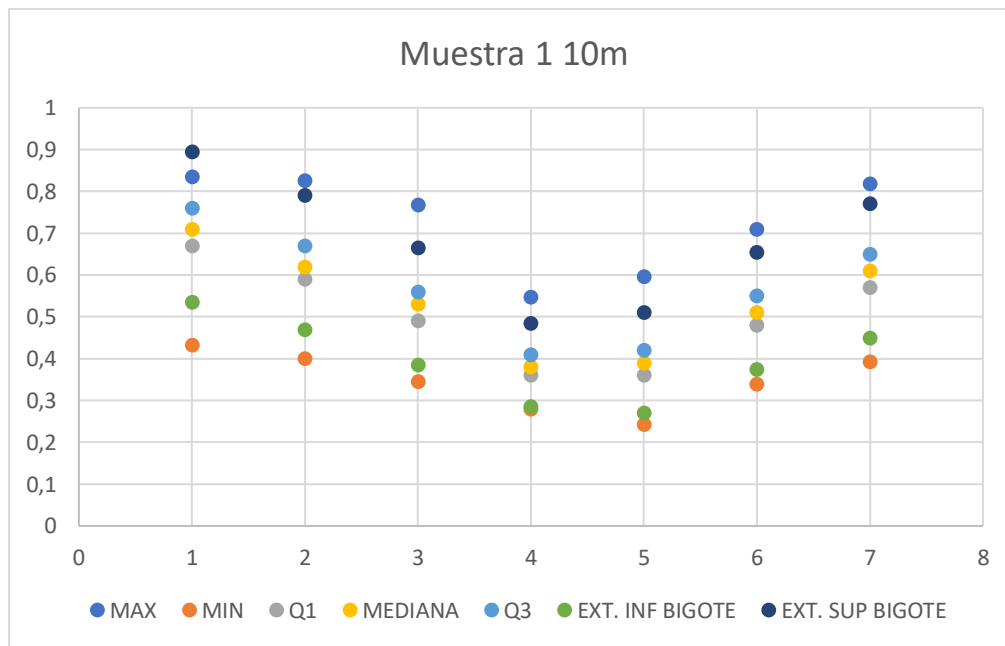


Gráfico 5. 40 Diagramas correspondientes a la muestra Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 1.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 199. Máximos y mínimos de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,834913	0,432959
60	0,825391	0,400244



45	0,768002	0,345541
30	0,547738	0,279606
-30	0,596323	0,243214
-45	0,708904	0,339437
-60	0,817578	0,393393

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 200. Ecuación y ajuste de Máximos y mínimos de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -2E-08x^4 + 2E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0003x + 0,4476$	0,9464
Mínimo	$y = -5E-09x^4 - 1E-07x^3 + 7E-05x^2 + 0,0004x + 0,2047$	0,9797

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste optimo se eliminará el valor de 45º para obtener la ecuación de máximos y por el contrario se elimina el valor de -60º en el caso de la ecuación de mínimos.

Tabla 5. 201. Ecuación corregida y ajuste de Máximos y mínimos de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -2E-08x^4 + 3E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0009x + 0,4356$	0,9982
Mínimo	$y = -1E-09x^4 - 5E-07x^3 + 7E-05x^2 + 0,0011x + 0,1955$	0,9998

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 202. Ángulo y primer cuartil de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Q1
90	0,67
60	0,59
45	0,49
30	0,36
-30	0,36
-45	0,48
-60	0,57

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.



Tabla 5. 203. Ecuación y ajuste del primer cuartil de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q1	$y = -1E-08x^4 + 9E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0001x + 0,2572$	0,9961

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste optimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del primer cuartil.

Tabla 5. 204. Ecuación corregida y ajuste del primer cuartil de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -2E-08x^4 + 5E-08x^3 + 0,0002x^2 - 2E-05x + 0,2257$	0,9999

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 205. Ángulo y mediana de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Mediana
90	0,71
60	0,62
45	0,53
30	0,38
-30	0,39
-45	0,51
-60	0,61

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 206. Ecuación y ajuste de la mediana de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -1E-08x^4 + 8E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0001x + 0,2797$	0,9915

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 207. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -2E-08x^4 + 3E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0003x + 0,2466$	0,9998



Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 208. Ángulo y tercer cuartil de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Q3
90	0,76
60	0,67
45	0,56
30	0,41
-30	0,42
-45	0,55
-60	0,65

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 209. Ecuación y ajuste del tercer cuartil de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -1E-08x^4 + 1E-07x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,2991$	0,9957

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 210. Ecuación corregida y ajuste del tercer cuartil de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -2E-08x^4 + 9E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,264$	0,9993

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 211. Ángulo y extremo inferior del Bigote de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,535
60	0,47
45	0,385
30	0,285
-30	0,27
-45	0,375



-60	0,45
-----	------

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 212. Ecuación y ajuste extremo inferior del Bigote de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -8E-09x^4 + 2E-08x^3 + 0,0001x^2 + 0,0001x + 0,1943$	0,9958

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 213. Ecuación corregida y ajuste extremo inferior del Bigote de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -1E-08x^4 - 9E-09x^3 + 0,0001x^2 + 0,0002x + 0,1683$	0,9993

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 1 de Crema Pejanda se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 214. Ángulo y extremo superior del Bigote de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,895
60	0,79
45	0,665
30	0,485
-30	0,51
-45	0,655
-60	0,77

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 215. Ecuación y ajuste del extremo superior del Bigote de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -1E-08x^4 + 2E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0005x + 0,3621$	0,9948

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo superior del bigote.



Tabla 5. 216. Ecuación corregida y ajuste del extremo superior del Bigote de Crema Pejanda a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -3E-08x^4 + 2E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0004x + 0,3214$	0,9978

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 2 (Piedra Arenisca de Aguilar)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 2 (piedra arenisca de Aguilar) que son las siguientes 9, 10, 11, 12, 13, 14 y 15.

Diagrama de caja

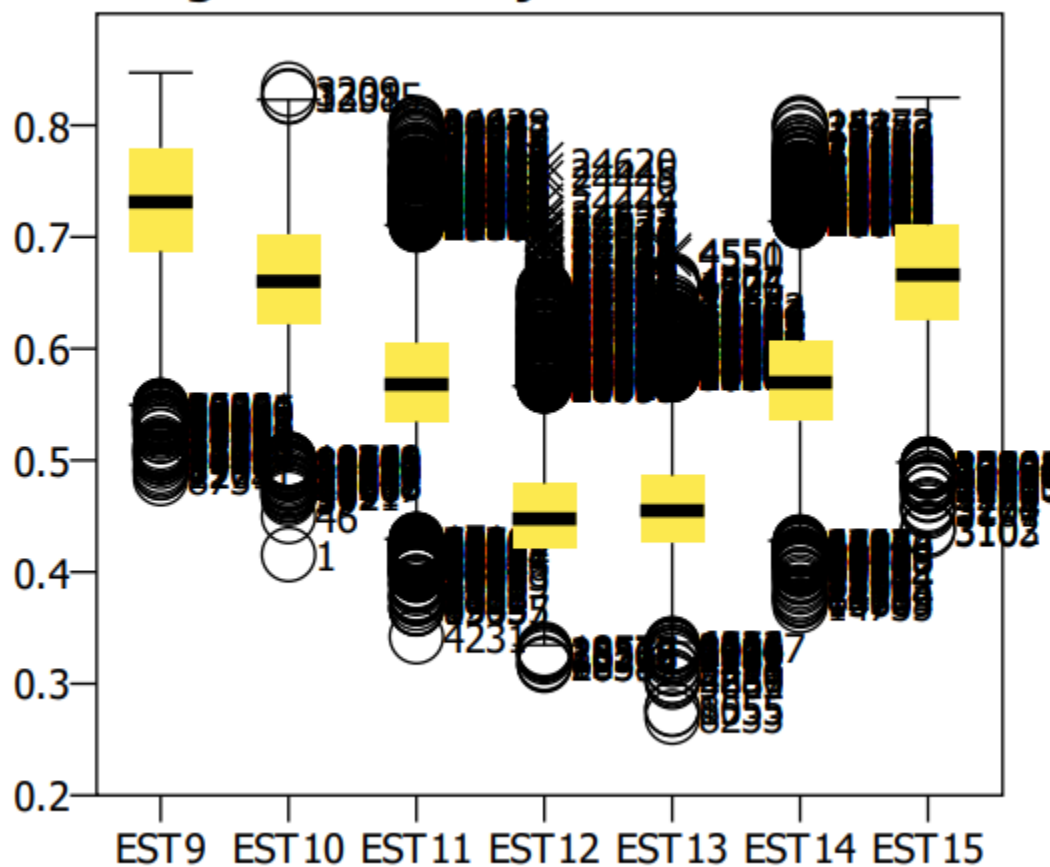


Gráfico 5. 41 Diagramas correspondientes a la muestra Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 2.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.



Tabla 5. 217. Box and Whiskers de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	ESC9	ESC10	ESC11	ESC12	ESC13	ESC14	ESC15
MAX	0,84712	0,832227	0,802197	0,767758	0,686198	0,802197	0,824903
MIN	0,483757	0,415625	0,342123	0,316472	0,270085	0,369955	0,43711
Q1	0,69	0,62	0,53	0,42	0,43	0,54	0,63
MEDIANA	0,73	0,66	0,57	0,45	0,45	0,57	0,67
Q3	0,78	0,7	0,61	0,48	0,49	0,61	0,71
EXT. INF BIGOTE	0,555	0,5	0,41	0,33	0,34	0,435	0,51
EXT. SUP BIGOTE	0,915	0,82	0,73	0,57	0,58	0,715	0,83
RIQ	0,09	0,08	0,08	0,06	0,06	0,07	0,08

A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

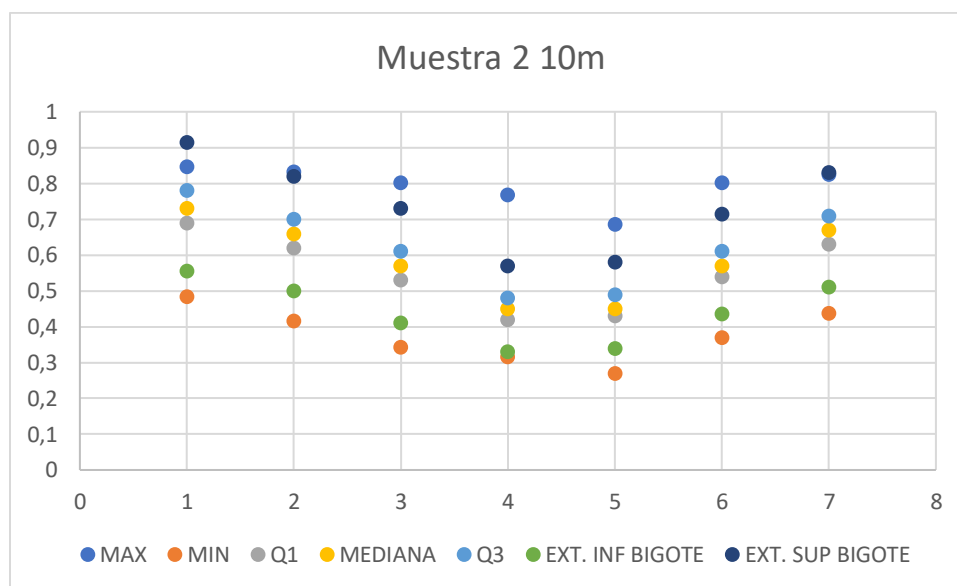


Gráfico 5. 42 Diagramas correspondientes a la muestra Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 2.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 2 de piedra arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 218. Máximos y mínimos de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,84712	0,483757
60	0,832227	0,415625



45	0,802197	0,342123
30	0,767758	0,316472
-30	0,686198	0,270085
-45	0,802197	0,369955
-60	0,824903	0,43711

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 219. Ecuación y ajuste de máximos y mínimos de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -2E-09x^4 - 2E-07x^3 + 5E-05x^2 + 0,0009x + 0,6945$	0,85
Mínimo	$y = -2E-09x^4 - 2E-07x^3 + 6E-05x^2 + 0,0005x + 0,2437$	0,9683

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste optimo se eliminará el valor de -30º para obtener la ecuación de máximos y de mínimos.

Tabla 5. 219. Ecuación corregida y ajuste de máximos y mínimos de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -3E-09x^4 + 6E-08x^3 + 4E-05x^2 - 0,0001x + 0,7411$	0,9986
Mínimo	$y = -3E-09x^4 - 4E-08x^3 + 5E-05x^2 - 9E-05x + 0,2687$	0,9856

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 2 de piedra de arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 220. Ángulo y primer cuartil de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Q1
90	0,69
60	0,62
45	0,53
30	0,42
-30	0,43
-45	0,54
-60	0,63

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 221. Ecuación y ajuste de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.



	Ecuación	R ²
Q1	$y = -9E-09x^4 + 5E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0002x + 0,3325$	0,9973

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste optimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del primer cuartil.

Tabla 5. 222. Ecuación corregida y ajuste de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -2E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0002x + 0,3096$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 2 de piedra de arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 223. Ángulo y mediana de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Mediana
90	0,73
60	0,66
45	0,57
30	0,45
-30	0,45
-45	0,57
-60	0,67

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 224. Ecuación y ajuste de la mediana de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -9E-09x^4 - 2E-09x^3 + 0,0001x^2 - 3E-05x + 0,3531$	0,9958

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 225. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -2E-08x^4 - 4E-08x^3 + 0,0002x^2 + 6E-05x + 0,3227$	0,9999



Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 2 de arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 226. Ángulo y tercer cuartil de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Q3
90	0,78
60	0,7
45	0,61
30	0,48
-30	0,49
-45	0,61
-60	0,71

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 227. Ecuación y ajuste del tercer cuartil de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -1E-08x^4 + 4E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0002x + 0,385$	0,9946

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 228. Ecuación corregida y ajuste del tercer cuartil de Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -2E-08x^4 + 3E-09x^3 + 0,0002x^2 - 8E-05x + 0,3507$	0,9992

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 1 de piedra de arenisca de Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 229. Ángulo y extremo inferior bigote de la Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,555
60	0,5
45	0,41
30	0,33
-30	0,34



-45	0,435
-60	0,51

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 230. Ecuación y ajuste del extremo inferior bigote de la Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -8E-09x^4 + 7E-08x^3 + 1E-04x^2 - 0,0003x + 0,2538$	0,9987

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 231. Ecuación corregida y ajuste del extremo inferior bigote de la Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -7E-09x^4 - 6E-08x^3 + 1E-04x^2 - 0,0001x + 0,251$	0,9998

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 2 de piedra de arenisca en Aguilar se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 232. Ángulo y extremo superior del bigote de la Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,915
60	0,82
45	0,73
30	0,57
-30	0,58
-45	0,715
-60	0,83

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 233. Ecuación y ajuste del extremo superior del bigote de la Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -1E-08x^4 + 3E-08x^3 + 0,0001x^2 - 8E-05x + 0,4638$	0,9897

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo superior del bigote.



Tabla 5. 234. Ecuación corregida y ajuste del extremo superior del bigote de la Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -9E-09x^4 + 6E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,2479$	0,9984

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 3 (Rosalina)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 3 (Rosalina) que son las siguientes 16, 17, 18, 19, 20, 21 y 22.

Diagrama de caja

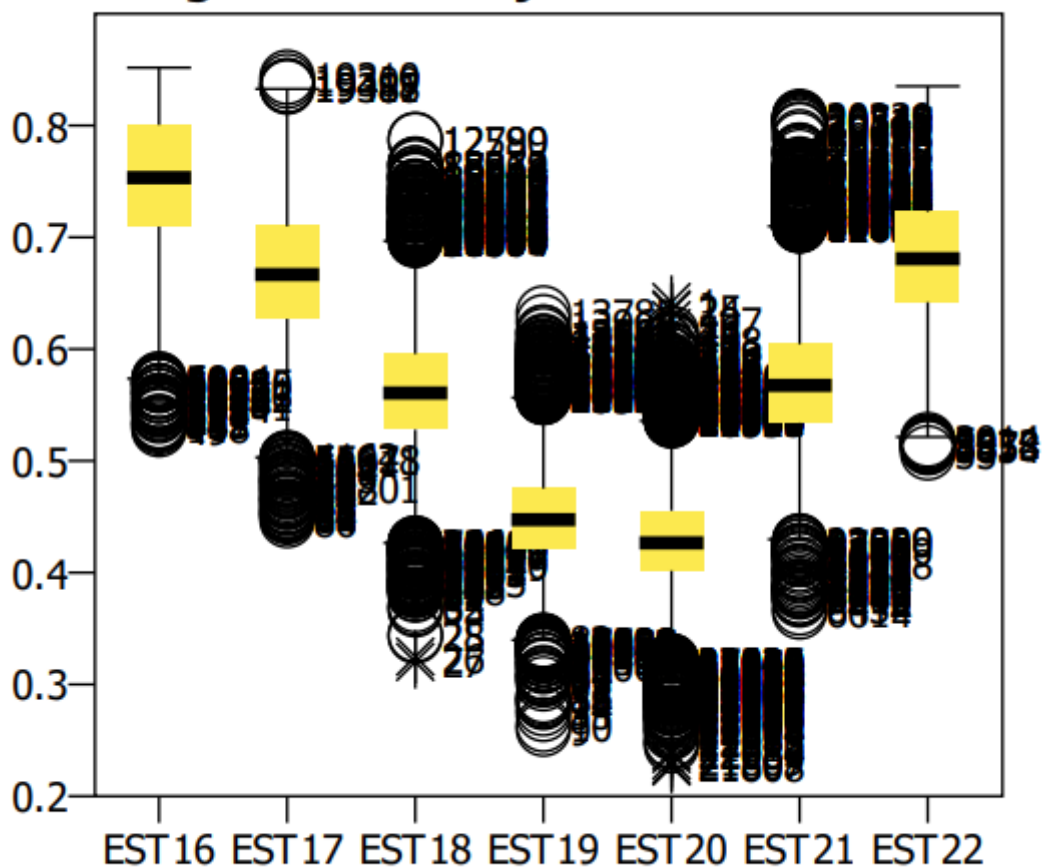


Gráfico 5. 43 Diagramas correspondientes a la muestra Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 3.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.



Tabla 5. 235. Box and Whiskers de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	ESC16	ESC17	ESC18	ESC19	ESC20	ESC21	ESC22
MAX	0,851759	0,843214	0,787533	0,632227	0,641993	0,808057	0,835157
MIN	0,527947	0,446632	0,320134	0,26006	0,226612	0,364828	0,507195
Q1	0,71	0,63	0,53	0,42	0,4	0,53	0,64
MEDIANA	0,75	0,67	0,56	0,45	0,43	0,57	0,68
Q3	0,8	0,71	0,6	0,48	0,46	0,6	0,72
EXT. INF BIGOTE	0,575	0,51	0,425	0,33	0,31	0,425	0,52
EXT. SUP BIGOTE	0,935	0,83	0,705	0,57	0,55	0,705	0,84
RIQ	0,09	0,08	0,07	0,06	0,06	0,07	0,08

A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

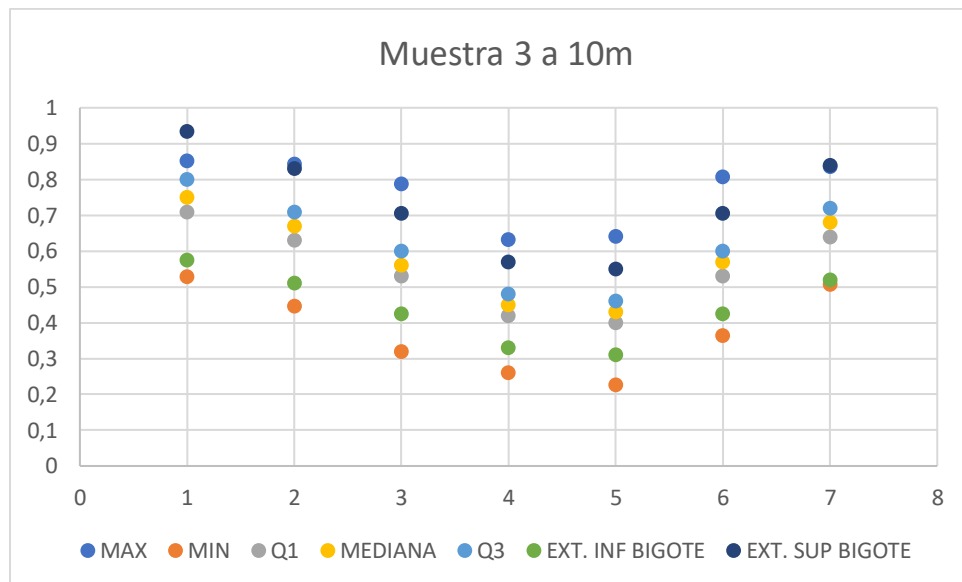


Gráfico 5. 44 Diagramas correspondientes a la muestra Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 3.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 236. Máximos y mínimos de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,851759	0,527947
60	0,843214	0,446632
45	0,787533	0,320134



30	0,632227	0,26006
-30	0,641993	0,226612
-45	0,808057	0,364828
-60	0,835157	0,507195

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 237. Ecuación y ajuste de máximos y mínimos de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -1E-08x^4 + 3E-07x^3 + 0,0001x^2 - 0,0007x + 0,5386$	0,929
Mínimo	$y = -5E-09x^4 - 3E-07x^3 + 0,0001x^2 + 0,0004x + 0,1466$	0,9894

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste optimo se eliminará el valor de 60º para obtener la ecuación de mínimos y el valor de 90º para obtener la ecuación de máximos.

Tabla 5. 238. Ecuación corregida y ajuste de máximos y mínimos de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -4E-08x^4 + 1E-07x^3 + 0,0003x^2 - 0,0004x + 0,4299$	0,9988
Mínimo	$y = -2E-09x^4 - 4E-07x^3 + 9E-05x^2 + 0,0005x + 0,1685$	0,9928

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 239. Ángulo y primer cuartil de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Q1
90	0,71
60	0,63
45	0,53
30	0,42
-30	0,4
-45	0,53
-60	0,64

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 240. Ecuación y ajuste del primer cuartil de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.



	Ecuación	R ²
Q1	$y = -8E-09x^4 - 9E-08x^3 + 0,0001x^2 + 0,0003x + 0,3123$	0,9968

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de -60º para obtener la ecuación del primer cuartil.

Tabla 5. 240. Ecuación corregida y ajuste del primer cuartil de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -6E-09x^4 - 4E-07x^3 + 0,0001x^2 + 0,0007x + 0,3063$	0,9997

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 241. Ángulo y mediana de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Mediana
90	0,75
60	0,67
45	0,56
30	0,45
-30	0,43
-45	0,57
-60	0,68

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 242. Ecuación y ajuste de la mediana de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -9E-09x^4 - 7E-08x^3 + 0,0001x^2 + 0,0002x + 0,3364$	0,996

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 243. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -6E-09x^4 - 4E-07x^3 + 0,0001x^2 + 0,0007x + 0,3292$	1



Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 244. Ángulo y tercer cuartil de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Q3
90	0,8
60	0,71
45	0,6
30	0,48
-30	0,46
-45	0,6
-60	0,72

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 245. Ecuación y ajuste del tercer cuartil de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -9E-09x^4 - 9E-08x^3 + 0,0001x^2 + 0,0002x + 0,3634$	0,9972

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 246. Ecuación corregida y ajuste del tercer cuartil de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -6E-09x^4 - 4E-07x^3 + 0,0001x^2 + 0,0007x + 0,3572$	0,9998

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 247. Ángulo y extremo inferior del bigote de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,575
60	0,51
45	0,425
30	0,33
-30	0,31
-45	0,425
-60	0,52



Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 248. Ecuación y ajuste del extremo inferior del bigote de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -1E-08x^4 - 9E-08x^3 + 0,0001x^2 + 0,0002x + 0,4399$	0,9977

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 249. Ecuación corregida y ajuste del extremo inferior del bigote de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -5E-09x^4 - 4E-07x^3 + 0,0001x^2 + 0,0007x + 0,2299$	0,9997

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 3 de Rosalina se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 250. Ángulo y extremo superior del bigote de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,935
60	0,83
45	0,705
30	0,57
-30	0,55
-45	0,705
-60	0,84

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 251. Ecuación y ajuste del extremo superior del bigote de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -1E-08x^4 - 9E-08x^3 + 0,0001x^2 + 0,0002x + 0,4399$	0,9977

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo superior del bigote.

Tabla 5. 252. Ecuación corregida y ajuste del extremo superior del bigote de Rosalina a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
--	----------	----------------



Ext. Superior Bigote	$y = -7E-09x^4 - 4E-07x^3 + 0,0001x^2 + 0,0007x + 0,4336$	0,9998
----------------------	---	--------

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 4 (Marrón Belmonte)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 4 (Marrón Belmonte) que son las siguientes 23, 24, 25, 26, 27, 28 y 29.

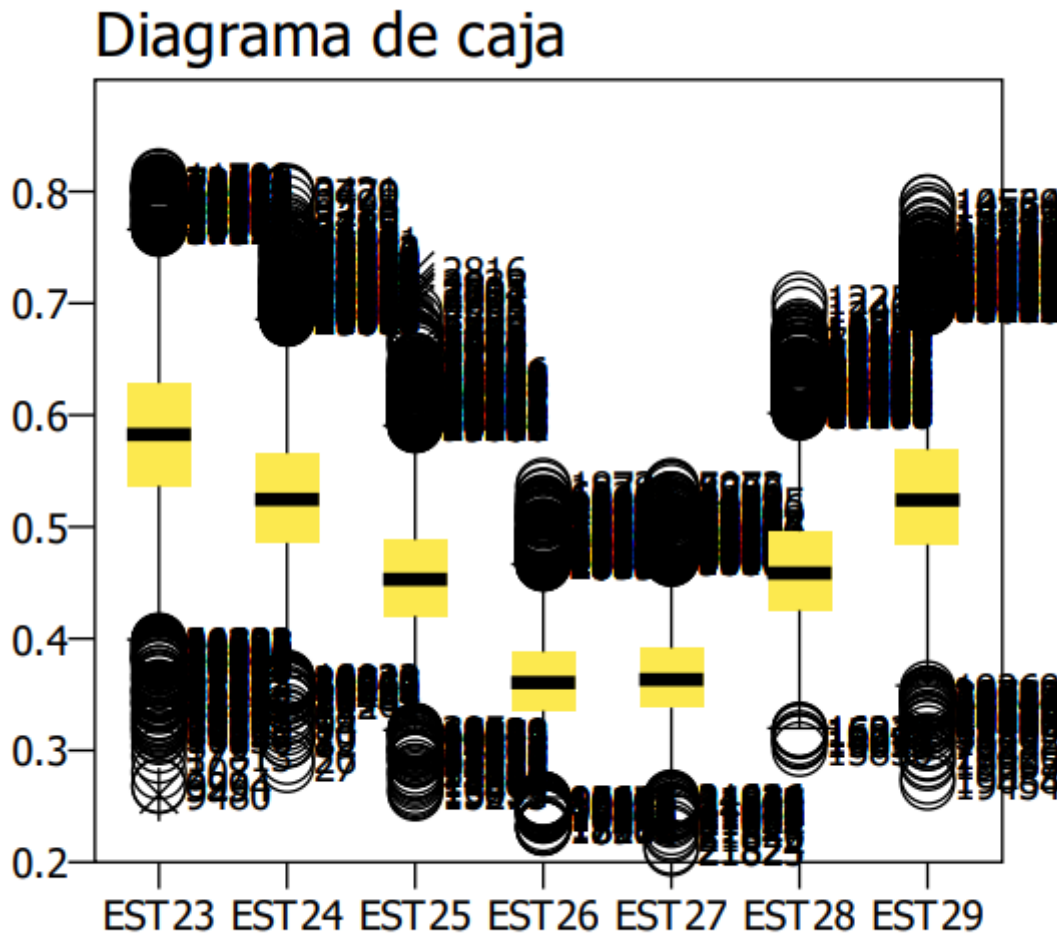


Gráfico 5. 45 Diagramas correspondientes a la muestra Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 4.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.

Tabla 5. 253. Box and Whiskers de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	ESC23	ESC24	ESC25	ESC26	ESC27	ESC28	ESC29
MAX	0,813916	0,800488	0,729168	0,536995	0,536751	0,703532	0,790707
MIN	0,260548	0,286687	0,261524	0,230518	0,211963	0,301091	0,271061



Q1	0,54	0,49	0,42	0,34	0,34	0,43	0,48
MEDIANA	0,58	0,52	0,45	0,36	0,36	0,46	0,52
Q3	0,63	0,57	0,49	0,39	0,39	0,5	0,57
EXT. INF BIGOTE	0,405	0,37	0,315	0,265	0,265	0,325	0,345
EXT. SUP BIGOTE	0,765	0,69	0,595	0,465	0,465	0,605	0,705
RIQ	0,09	0,08	0,07	0,05	0,05	0,07	0,09

A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

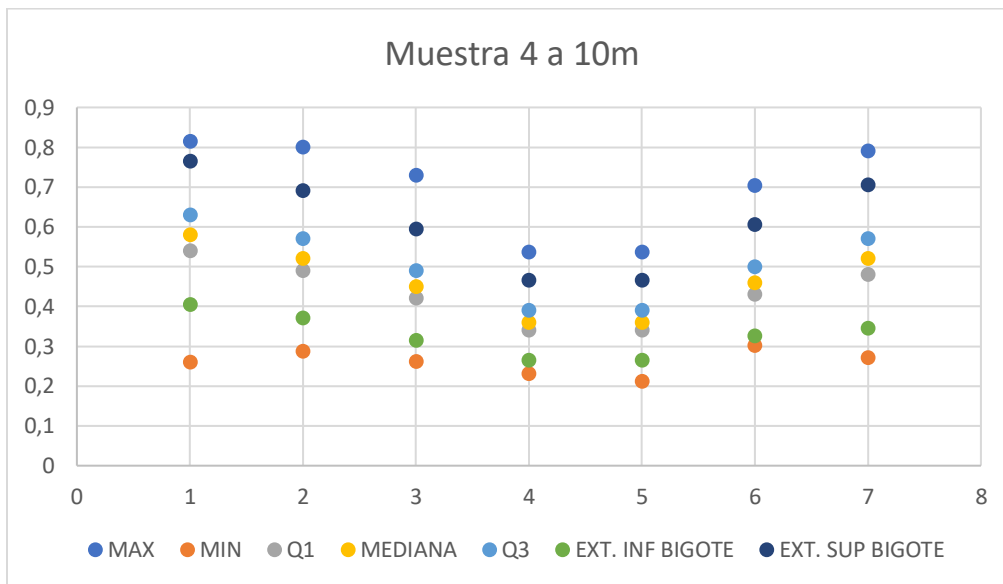


Gráfico 5. 46 Diagramas correspondientes a la muestra Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 4.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 254. Máximos y mínimos de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,813916	0,260548
60	0,800488	0,286687
45	0,729168	0,261524
30	0,536995	0,230518
-30	0,536751	0,211963
-45	0,703532	0,301091
-60	0,790707	0,271061

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.



Tabla 5. 254. Ecuación de máximos y mínimos de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -2E-08x^4 + 9E-08x^3 + 0,0002x^2 - 9E-05x + 0,415$	0,9647
Mínimo	$y = -6E-09x^4 + 1E-07x^3 + 5E-05x^2 - 0,0004x + 0,1903$	0,6639

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste optimo se eliminará el valor de -45º para obtener la ecuación de mínimos y el valor de 60º para obtener la ecuación de máximos.

Tabla 5. 255. Ecuación corregida de máximos y mínimos de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -3E-08x^4 + 4E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0005x + 0,3489$	0,9992
Mínimo	$y = -3E-09x^4 - 7E-08x^3 + 4E-05x^2 + 0,0004x + 0,1921$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 256. Ángulo y primer cuartil de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Q1
90	0,54
60	0,49
45	0,42
30	0,34
-30	0,34
-45	0,43
-60	0,48

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 257. Ecuación y ajuste del primer cuartil de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q1	$y = -7E-09x^4 + 9E-08x^3 + 9E-05x^2 - 0,0002x + 0,2714$	0,9931

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste optimo se eliminará el valor de -60º para obtener la ecuación del primer cuartil.



Tabla 5. 258. Ecuación corregida y ajuste del primer cuartil de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -5E-09x^4 - 2E-07x^3 + 9E-05x^2 + 0,0002x + 0,2656$	0,9994

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 259. Ángulo y mediana de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Mediana
90	0,58
60	0,52
45	0,45
30	0,36
-30	0,36
-45	0,46
-60	0,52

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 260. Ecuación y ajuste de la mediana de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -7E-09x^4 + 6E-08x^3 + 9E-05x^2 - 0,0002x + 0,2871$	0,9914

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 261. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -2E-08x^4 + 2E-08x^3 + 0,0001x^2 - 1E-04x + 0,2549$	0,999

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 262. Ángulo y tercer cuartil de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.



Ángulo	Q3
90	0,63
60	0,57
45	0,49
30	0,39
-30	0,39
-45	0,5
-60	0,57

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 263. Ecuación y ajuste del tercer cuartil de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -8E-09x^4 + 6E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0002x + 0,3071$	0,9931

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 264. Ecuación corregida y ajuste del tercer cuartil de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -2E-08x^4 + 2E-08x^3 + 0,0001x^2 - 1E-04x + 0,2751$	0,9992

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 265. Ángulo y extremo inferior del Bigote de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,405
60	0,37
45	0,315
30	0,265
-30	0,265
-45	0,325
-60	0,345

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 266. Ecuación y ajuste del extremo inferior del Bigote de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.



	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -6E-09x^4 + 1E-07x^3 + 6E-05x^2 - 0,0003x + 0,2178$	0,991

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de -60º para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.

Tabla 5. 267. Ecuación corregida y ajuste del extremo inferior del Bigote de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -4E-09x^4 - 8E-08x^3 + 6E-05x^2 + 6E-05x + 0,2132$	0,9999

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 4 de Marrón Belmonte se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 268. Ángulo y extremo superior del bigote de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,765
60	0,69
45	0,595
30	0,465
-30	0,465
-45	0,605
-60	0,705

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión

Tabla 5. 269. Ecuación y ajuste del extremo superior del bigote de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -1E-08x^4 + 2E-08x^3 + 0,0001x^2 - 0,0001x + 0,3606$	0,9928

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo superior del bigote.

Tabla 5. 270. Ecuación corregida y ajuste del extremo superior del bigote de Marrón Belmonte a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -2E-08x^4 - 3E-08x^3 + 0,0002x^2 - 1E-05x + 0,3178$	0,9999

- Ensayo de Box and Whiskers muestra 5 (Percaro)

Mediante la segunda fase del ensayo de Box and Whiskers se ha tomado los escaneos de la muestra 5 (Percaro) que son las siguientes 30, 31, 32, 33, 34, 35 y 36.



Diagrama de caja

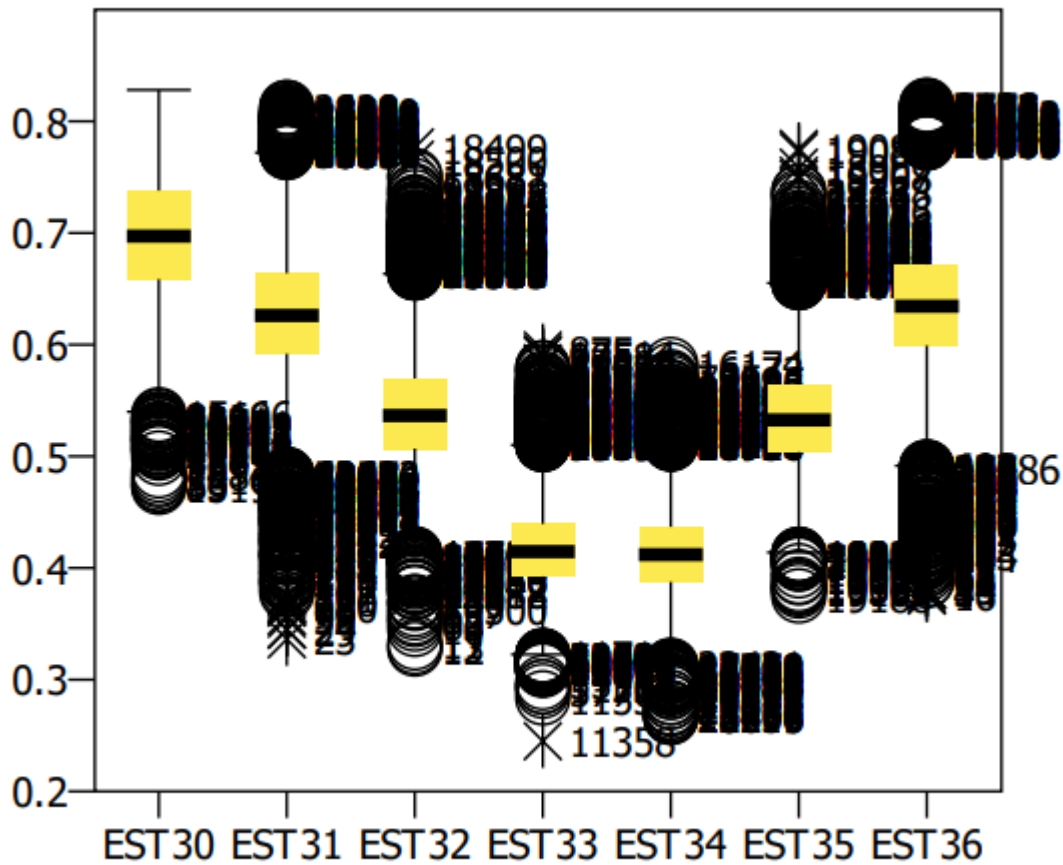


Gráfico 5. 47 Diagramas correspondientes a la muestra Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 5.

A partir de estas muestras se ha obtenido la siguiente tabla en la cual se encuentran recogidos todos los datos que se indicaron anteriormente.

Tabla 5. 271. Box and Whiskers de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	ESC30	ESC31	ESC32	ESC33	ESC34	ESC35	ESC36
MAX	0,828077	0,812451	0,776547	0,594858	0,582162	0,775326	0,814404
MIN	0,472282	0,336263	0,327459	0,244923	0,266163	0,375082	0,375326
Q1	0,66	0,59	0,51	0,39	0,39	0,5	0,6
MEDIANA	0,7	0,63	0,54	0,41	0,41	0,53	0,63
Q3	0,74	0,6	0,57	0,44	0,44	0,56	0,67
EXT. INF BIGOTE	0,54	0,575	0,42	0,315	0,315	0,41	0,495
EXT. SUP BIGOTE	0,86	0,615	0,66	0,515	0,515	0,65	0,775



RIQ	0,08	0,01	0,06	0,05	0,05	0,06	0,07
-----	------	------	------	------	------	------	------

A partir de esa tabla se pueden observar los mismos datos en la siguiente gráfica en la que se encuentran detallados cada uno de los puntos.

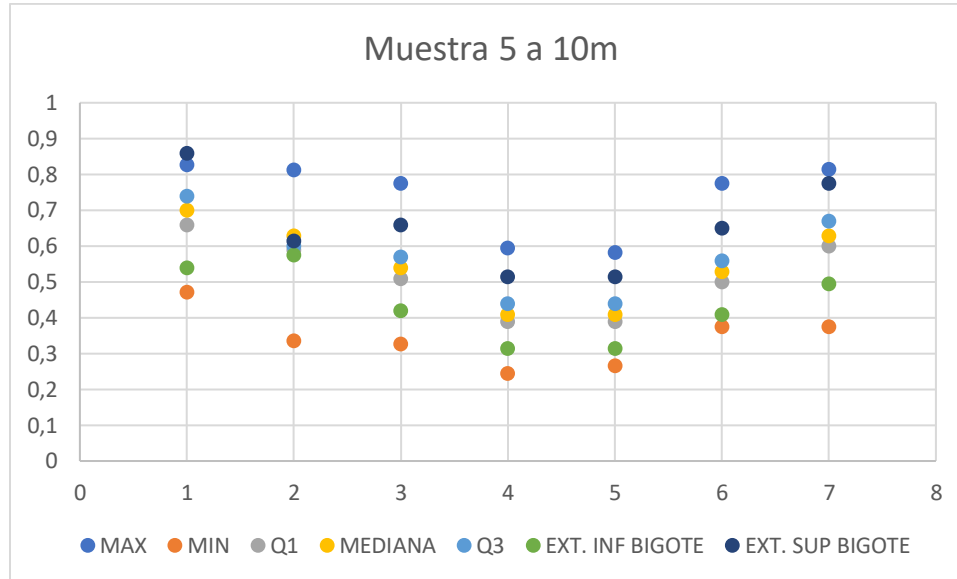


Gráfico 5. 48 Diagramas correspondientes a la muestra Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos, escaneada en el estacionamiento 5.

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el máximo y el mínimo de la muestra nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 272. Máximos y mínimos de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Máximo	Mínimo
90	0,828077	0,472282
60	0,812451	0,336263
45	0,776547	0,327459
30	0,594858	0,244923
-30	0,582162	0,266163
-45	0,775326	0,375082
-60	0,814404	0,375326

Con ello se obtienen dos ecuaciones que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 273. Ecuación y ajuste de máximos y mínimos de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Máximo	$y = -1E-08x^4 + 1E-07x^3 + 0,0001x^2 - 0,0003x + 0,4891$	0,8979
Mínimo	$y = -4E-09x^4 + 2E-07x^3 + 6E-05x^2 - 0,0008x + 0,2242$	0,9051



Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90° para obtener la ecuación de mínimos y el valor de 90° para obtener la ecuación de máximos.

Tabla 5. 274. Ecuación corregida y ajuste de máximos y mínimos de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación corregida	R ²
Máximo	$y = -5E-08x^4 - 6E-08x^3 + 0,0003x^2 + 0,0002x + 0,3422$	0,9996
Mínimo	$y = -3E-08x^4 + 5E-08x^3 + 0,0002x^2 - 0,0005x + 0,1235$	0,9949

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que defina el primer cuartil que constituye el 25% de la muestra nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 275. Ángulo y primer cuartil de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Q1
90	0,66
60	0,59
45	0,51
30	0,39
-30	0,39
-45	0,5
-60	0,6

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 276. Ecuación y ajuste del primer cuartil de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q1	$y = -8E-09x^4 - 2E-08x^3 + 0,0001x^2 + 6E-05x + 0,299$	0,9945

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de -60° para obtener la ecuación del primer cuartil.

Tabla 5. 277. Ecuación corregida y ajuste del primer cuartil de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación Corregida	R ²
Q1	$y = -1E-08x^4 + 9E-08x^3 + 0,0001x^2 - 8E-05x + 0,276$	1



Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación que la mediana que constituye el 50% de la muestra nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 278. Ángulo y mediana de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Mediana
90	0,7
60	0,63
45	0,54
30	0,41
-30	0,41
-45	0,53
-60	0,63

Con ello se obtiene una ecuación que tienen su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 279. Ecuación y ajuste de la mediana de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -1E-08x^4 + 2E-08x^3 + 0,0001x^2 - 5E-06x + 0,3099$	0,9947

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación de la mediana.

Tabla 5. 280. Ecuación corregida y ajuste de la mediana de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Mediana	$y = -1E-08x^4 + 1E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,2858$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del tercer cuartil que constituye el 75% de la muestra nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 281. Ángulo y tercer cuartil de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Q3
90	0,74
60	0,6
45	0,57
30	0,44



-30	0,44
-45	0,56
-60	0,67

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 282. Ecuación y ajuste del tercer cuartil de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -4E-09x^4 - 2E-07x^3 + 9E-05x^2 + 0,0003x + 0,3744$	0,9692

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del tercer cuartil.

Tabla 5. 283. Ecuación corregida y ajuste del tercer cuartil de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Q3	$y = -1E-08x^4 + 9E-08x^3 + 0,0001x^2 - 8E-05x + 0,3165$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo inferior del bigote muestran nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 284. Ángulo y extremo inferior del bigote de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Inferior Bigote
90	0,54
60	0,575
45	0,42
30	0,315
-30	0,315
-45	0,41
-60	0,495

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 285. Ecuación y ajuste del extremo inferior del bigote de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -2E-08x^4 + 2E-07x^3 + 0,0002x^2 - 0,0002x + 0,1858$	0,9909

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de -60º para obtener la ecuación del extremo inferior del bigote.



Tabla 5. 286. Ecuación corregida y ajuste del extremo inferior del bigote de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Inferior Bigote	$y = -1E-08x^4 + 9E-08x^3 + 0,0001x^2 - 7E-05x + 0,2151$	1

Los datos que se han tomado para la obtención de la ecuación del extremo superior del bigote muestran nº 5 de Percaro se encuentran mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 5. 287. Ángulo y extremo superior del bigote de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

Ángulo	Ext. Superior Bigote
90	0,86
60	0,615
45	0,66
30	0,515
-30	0,515
-45	0,65
-60	0,775

Con ello se obtiene la ecuación que tiene su correspondiente ajuste de la expresión.

Tabla 5. 288. Ecuación y ajuste del extremo superior del bigote de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = 3E-09x^4 - 5E-07x^3 + 5E-05x^2 + 0,0006x + 0,4876$	0,9155

Una vez se ha corregido la expresión para poder tener un ajuste óptimo se eliminará el valor de 90º para obtener la ecuación del extremo superior del bigote.

Tabla 5. 289. Ecuación corregida y ajuste del extremo superior del bigote de Percaro a una distancia de 10 metros y diferentes ángulos.

	Ecuación	R ²
Ext. Superior Bigote	$y = -1E-08x^4 + 1E-07x^3 + 0,0002x^2 - 9E-05x + 0,3774$	1

- 5.1.3.4. Trabajo en base a muestras coincidentes, con mismo ángulo y distancias distinta.

A pesar de que, como ya se señaló anteriormente, el segundo método queda invalidado por el solapamiento entre intervalos correspondientes a muestras distintas (primera premisa a evaluar en esta segunda metodología), se recogen seguidamente, de forma exclusivamente gráfica, los resultados correspondientes a la comparativa de muestra coincidente, con ángulo determinado (90º), para las distancias consideradas en los estacionamientos 1 y 2 (5 y 10 metros).

Diagrama de caja

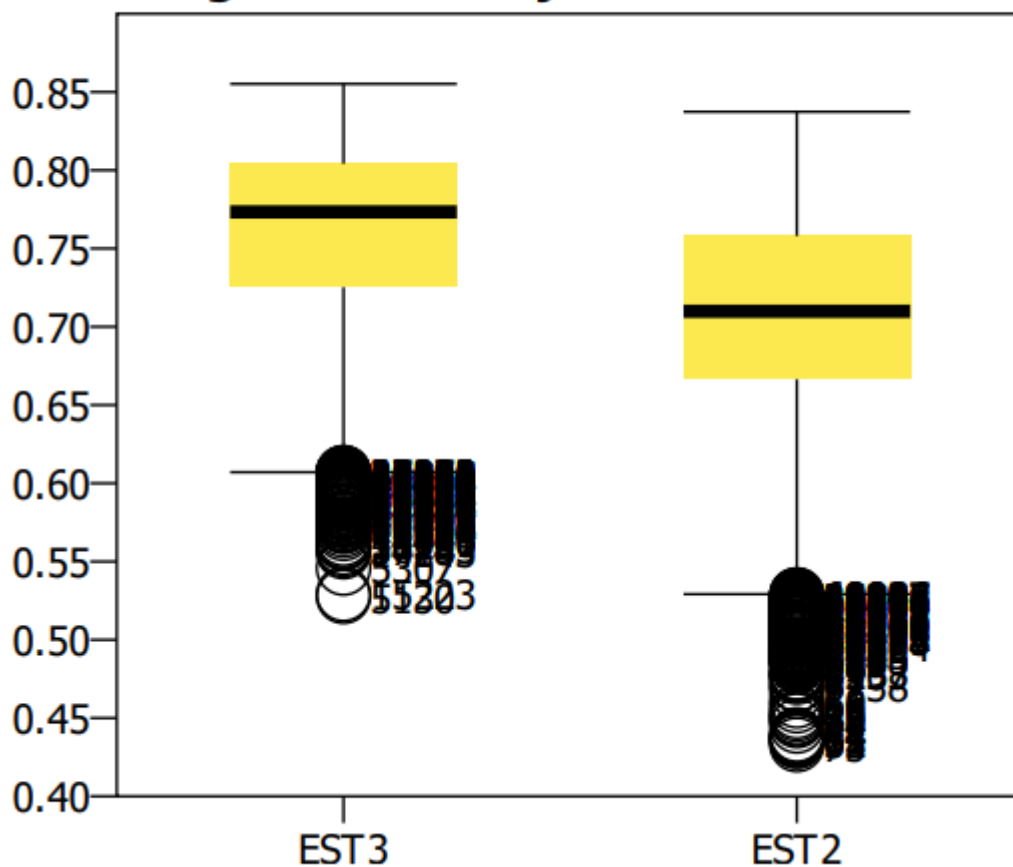


Gráfico 5. 49 Diagramas correspondientes a la muestra Crema Pejanda a una distancia de 5 y 10 metros y con un ángulo de 90°, escaneada en el estacionamiento 1.



Diagrama de caja

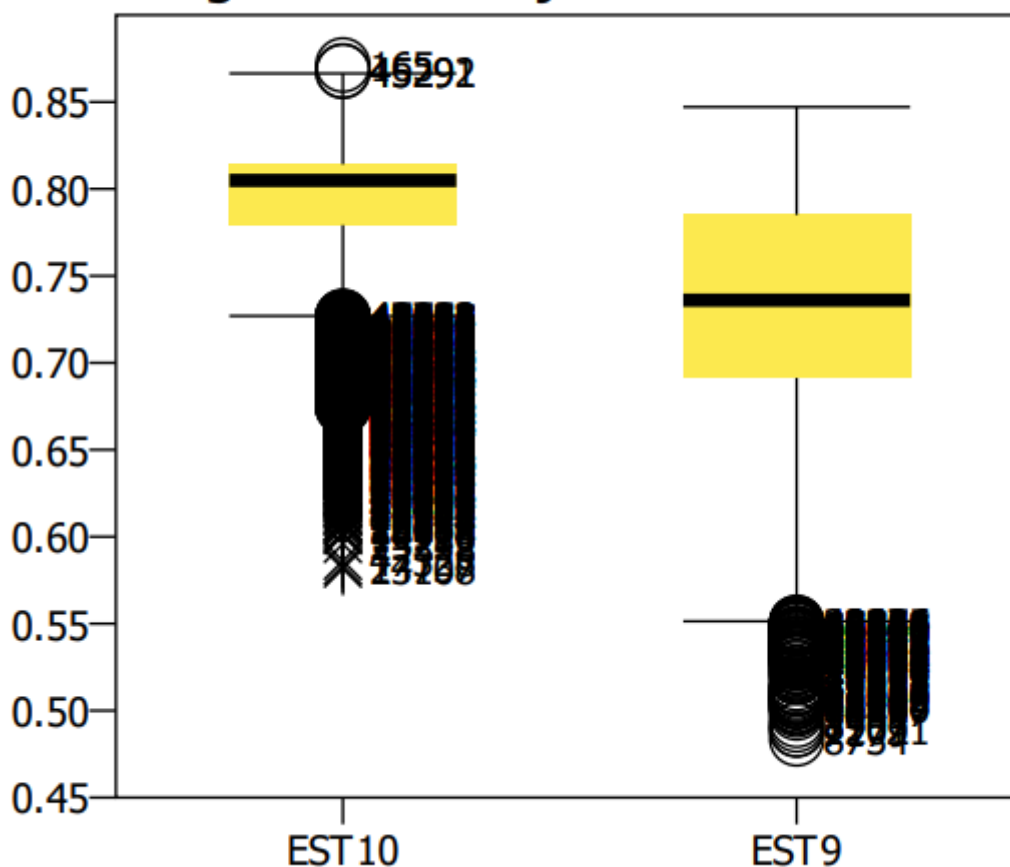


Gráfico 5. 50 Diagramas correspondientes a la muestra Piedra Arenisca de Aguilar a una distancia de 5 y 10 metros y con un ángulo de 90°, escaneada en el estacionamiento 2.



Diagrama de caja

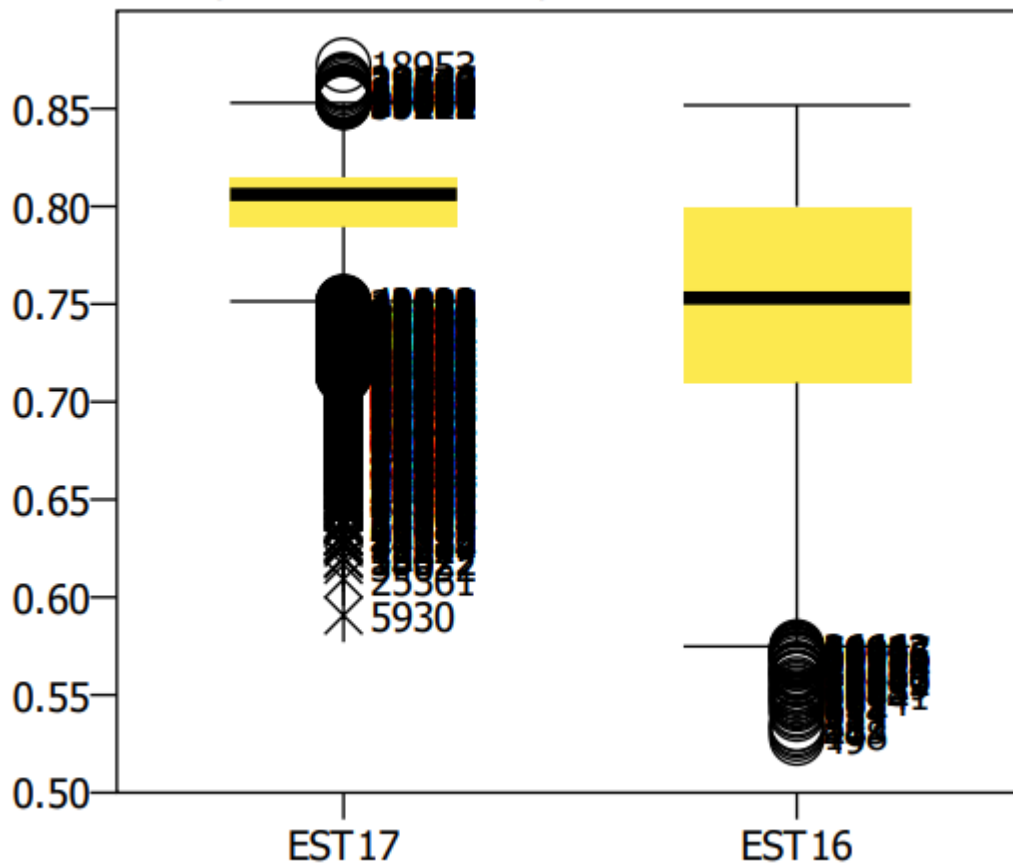


Gráfico 5. 51 Diagramas correspondientes a la muestra Rosalina a una distancia de 5 y 10 metros y con un ángulo de 90°, escaneada en el estacionamiento 3.



Diagrama de caja

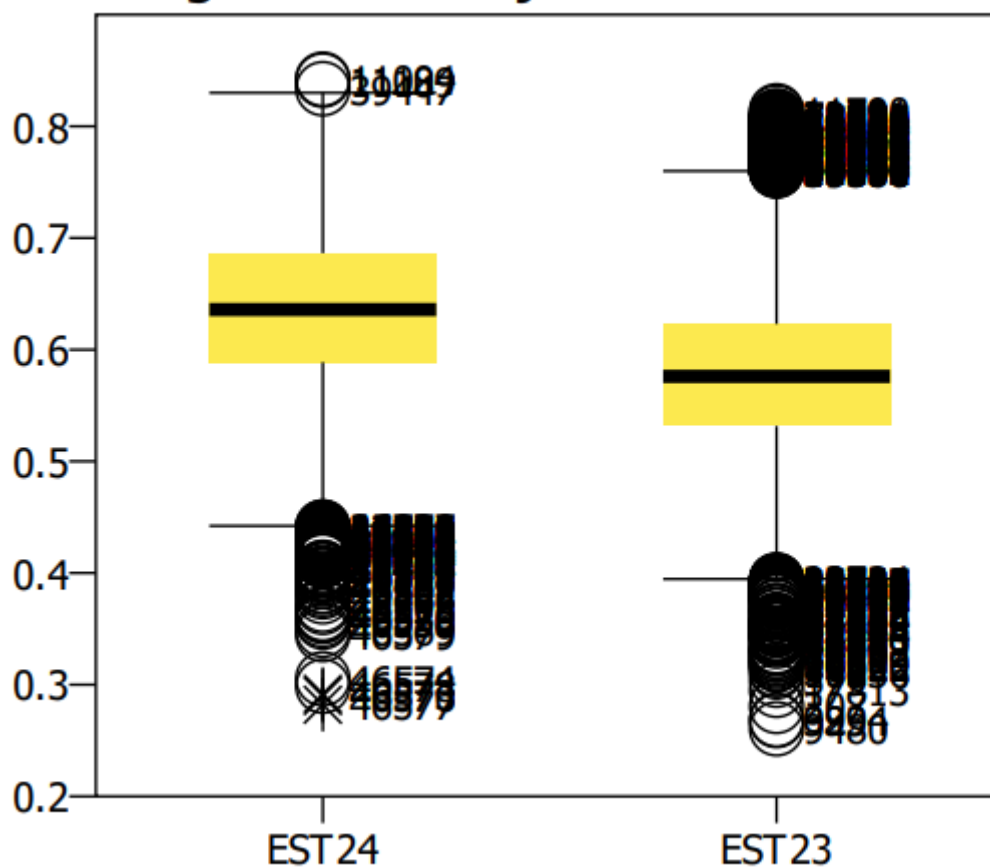


Gráfico 5. 52 Diagramas correspondientes a la muestra Marrón Belmonte a una distancia de 5 y 10 metros y con un ángulo de 90°, escaneada en el estacionamiento 4.

Diagrama de caja

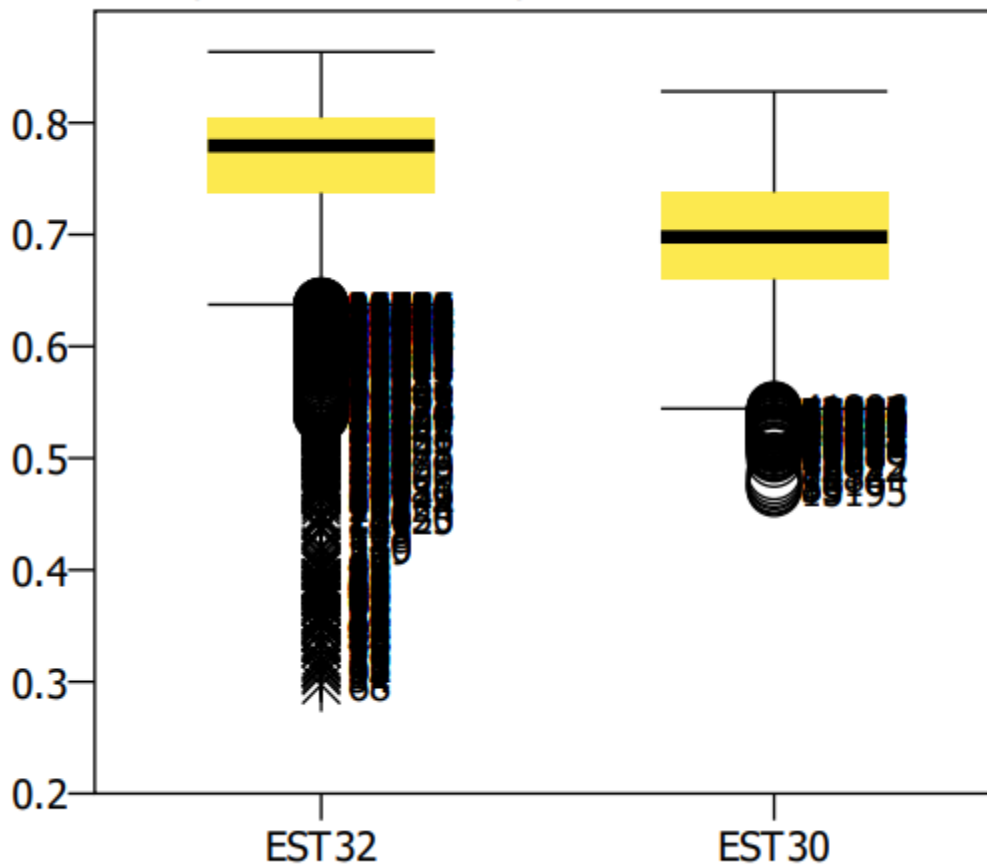


Gráfico 5. 53 Diagramas correspondientes a la muestra Percaro a una distancia de 5 y 10 metros y con un ángulo de 90°, escaneada en el estacionamiento 5.

Como puede observarse, la variabilidad impediría asumir un intervalo libre de corrección en función de la distancia, para llevar a cabo una segmentación automática de la nube de puntos.

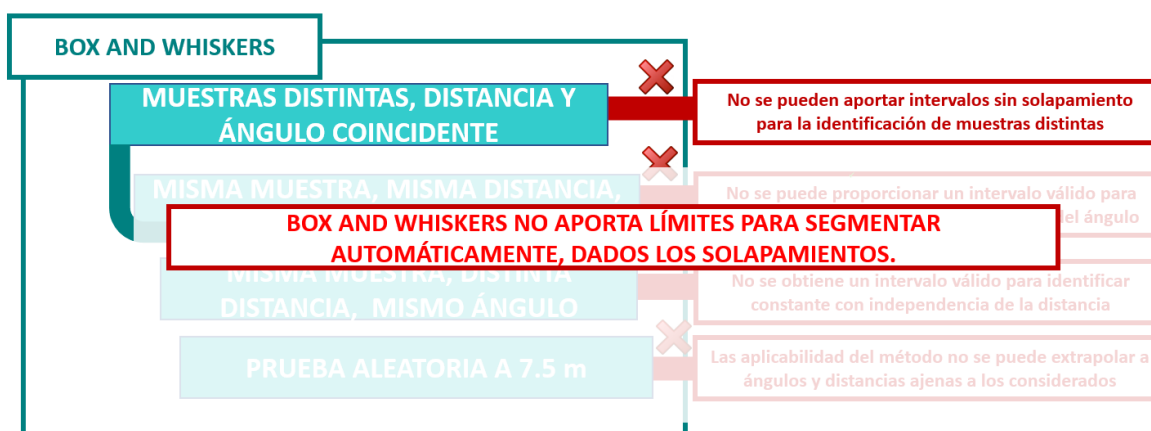
- 5.1.3.4. Discusión de los resultados de la segunda metodología propuesta.

Como ha quedado puesto de manifiesto a lo largo de la exposición de resultados, la mera visualización de los intervalos, desde un punto de vista meramente cualitativo, lleva a determinar que no resulta posible, al menos para las muestras aquí consideradas, pero poniendo de manifiesto la dificultad que entrañaría la aplicación de estos criterios a otras, que no resulta posible plantear intervalos de intensidad o reflectancia libres de corrección (en función de parámetros tales como la distancia o el ángulo de incidencia del haz con respecto a la superficie escaneada).



Se ha destacado igualmente, al establecer la comparativa entre muestras distintas con ángulo y distancia coincidentes, que la muestra que muestra una tonalidad algo más oscura (Marrón Belmonte), es la que manifiesta cierto desplazamiento de la mediana. Esto podría invitar a tratar de llevar a cabo un contraste similar en muestras con mayor variabilidad de color, pero debería recordarse que las posibilidades de utilización de la información cromática aportada por la cámara RGB del láser escáner, restaría relevancia a tal posibilidad.

A modo de finalización de la presente discusión, y como resumen del contraste de la segunda metodología, se adjunta el siguiente cuadro.



Cuadro 5. 2. Resumen de la evaluación de la primera metodología propuesta.



6. CONCLUSIONES

El desarrollo de la tecnología asociada al Láser Escáner Terrestre (TLS), ha supuesto una revolución en muchos ámbitos de la ingeniería, gozando de aplicaciones eminentemente geométricas.

El Láser Escáner proporciona nubes de puntos de carácter cuasicontinuo, reduciendo sustancialmente los tiempos de captura, pero incrementando los de gestión.

La información proporcionada por el láser escáner es geométrica, radiométrica y, haciendo uso de la cámara interna, cromática.

Si bien el desarrollo de estudios basados en los aspectos radiométricos de dicha información es creciente en el tiempo, su profusión es sustancialmente inferior con respecto a aquellos centrados en el aprovechamiento de la geometría.

El sector de la roca ornamental y la cantería tiene una notable incidencia en el global de la producción minera, tanto a nivel nacional, como regional. A este respecto, España destaca como primer productor mundial de pizarra de techar. Son múltiples los ejemplos singulares de aplicación de dichas tipologías de material en elementos de patrimonio, tanto arquitectónico, como cultural.

El presente Trabajo Fin de Máster ha tenido por objetivo contrastar si es viable plantear la utilización de la información radiométrica no corregida por el láser escáner, para caracterizar diversas muestras de piedra natural.

Se han propuesto dos metodologías independientes. La primera, basada en el contraste a través de la U de Mann-Whitney, con objeto de poder proponer una huella radiométrica basada en la reflectancia no corregida, o intensidad, que permita determinar si dos muestras son coincidentes, con independencia de la distancia y el ángulo. La segunda, en el trabajo en base a diagramas de Box and Whiskers, buscando determinar si una ausencia de solapamientos permitiría proponer intervalos válidos para la segmentación automática de nubes de puntos.

La Metodología de Mann-Whitney no resulta válida. A pesar de identificar muestras no coincidentes en base a la intensidad, no es capaz de identificar muestras coincidentes ante variaciones de ángulos y distancias.

Por otro lado, el notable solapamiento de los diagramas Box and Whiskers para muestras distintas, determinado de forma cualitativa a través del análisis visual de las gráficas obtenidas, y la variabilidad de los límites (tanto en el caso de los extremos de los bigotes, como en el de los cuartiles Q1 y Q3), dificultan de forma sustancial la propuesta de dichos intervalos, invalidando la segunda metodología.

Ante esta situación, se han propuesto una serie de valores que ajustarían el comportamiento de la reflectancia en función del ángulo. Esta información se considera de



carácter complementario, ya que no contribuye al cumplimiento de las premisas expuestas para aceptar el segundo método, pero una contribución positiva.

Al margen de los solapamientos, ha podido constatarse la influencia del factor cromático en las distribuciones, obteniéndose valores de la mediana sustancialmente inferiores para la muestra Marrón Belmonte con respecto a las restantes. Una variación extrema en la tonalidad entre especies, podría llegar a favorecer el empleo de la reflectancia para el segmentado, pero no se debe de olvidar que el láser escáner puede ofrecer igualmente información RGB, por lo que la relevancia de dicho aporte sería menor.

El resultado negativo de los ensayos realizados agota a priori una vía de trabajo, la del análisis de la posibilidad de aplicar la intensidad aportada de forma directa por el láser escáner al análisis de frentes de explotación en canteras de piedra natural, o incluso de monumentos y edificaciones, poniendo de manifiesto la necesidad de llevar a cabo correcciones que favorezcan dicha aplicabilidad.



BIBLIOGRAFIA

- [1] Pérez Álvarez, R., de Luis J.M., Pereda-García, R. Fernández Maroto, G. y Malagón-Picón, B. (2020). 3D Documentation with TLS of Caliphal Gate (Ceuta, Spain). *Applied Sciences*, 10 (15), 5377.
- [2] Etayo Gordejuela, F. y Etayo Gordejuela, M. (2012) *Hasta el Infinito y Más Allá*. Editorial de la Universidad de Cantabria. Santander. 238 Pp.
- [3] Settle, T. (2009) The invention of the telescope. Th estudies of Dr.Josep M. Simon de Guilleuma. *Actas de la III Jornada sobre Historia de la Astronomía y la Meteorología*. Vic, 17 de octubre 2009. Pp 21-40
- [4] Pérez Álvarez, R. (2014) *Aplicaciones del Láser Escáner en Entornos Mineros, Implementación en el Grupo Minero La Florida*. Tesis Doctoral. Departamento de Transportes y Tecnología de Proyectos y Procesos. Universidad de Cantabria.
- [5] de Luis Ruiz, J.M. 2009. *Contraste en la ejecución de auscultaciones geodésicas por métodos clásicos y con láser escáner*. Tesis Doctoral. Departamento de Ingeniería Geográfica y Técnicas de Expresión Gráfica. Universidad de Cantabria.
- [6] Mañana-Borrazas, P. Rodríguez Paz, A. Blanco-Rotea, R. (2008). Una experiencia en la aplicación del Láser Escáner 3D a los procesos de documentación y análisis del Patrimonio Construido: Su aplicación a Santa Eulalia de Bóveda (Lugo) y San Fiz de Solovio (Santiago de Compostela).
- [7] Reshetyuk, Y. (2010). A unified approach to self-calibration of terrestrial laser scanners. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 65, 445–456.
- [8] Litchi, D.D. y Licht, G. (2006). Experiences with terrestrial laser scanner modelling and accuracy assessment. *IAPRS Volume XXXVI, Part 5, Dresden 25-27 September, 2006*.
- [9] Staiger, R. (2005). The Geometrical Quality of Laser Scanner (TLS). *Proceedings of FIG Working Week 2005 and GSDI-8*. Cairo, Egypt.
- [10] González-Aguilera, D. Muñoz-Nieto, A. Mancera-Taboada, J. Rodríguez-González, P. (2012). A hybrid approach to create an archaeological visualization system for paleolithic cave, *Archaeometry*. Pp 565-580.
- [11] Ingensand, H. (2006). Methodological aspects in terrestrial laser-scanning technology. *3rd IAG Symposium of Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering and 12th FIG Symposium on Deformation Measurements*, Baden, Austria.
- [12] Pérez Álvarez, R. de Luis Ruiz, J.M. Fernández Maroto, G (2017). *Aplicación de las Nuevas Técnicas Geomáticas en el Grupo Minero La Florida*. I Congreso



Científico Internacional de Cuevas y Minas "El Soplao". Congreso Científico Internacional de Cuevas y Minas "El Soplao", 15 al 17 de noviembre de 2017. Sala de Congresos de El Soplao, Celis, Cantabria.

- [13] Pérez Álvarez, R., de Luis Ruiz J.M. Piña-García, F., Castillo-López, E. y Pereda-García, R. (2017). Documentación Tridimensional de un Espeleotema Singular: La Palmera (Cueva El Soplao, Cantabria). I Congreso Científico Internacional de Cuevas y Minas "El Soplao", 15 al 17 de noviembre de 2017. Sala de Congresos de El Soplao, Celis, Cantabria.
- [14] Fernández, I. Puche, J. M. Macías Solé, J.M. Sola-Morales, P. (2017). Ensayos de nuevos análisis óptico-visuales para el estudio de estructuras arquitectónicas patrimoniales. El uso de la reflectancia laser.
- [15] Pfeifer, N. Dörninger, P. Harina, A. Fan, H. (2007) Investigating terrestrial laser scanning intensity data: Quality and functional relations», en: Proceedings of VIII Conference on Optical 3D Measurement Tech Zurich, 9-13 July 2007.
- [16] Catalina, J.C., Castroviejo, R. (2017). Microscopia de reflectancia multispectral: Aplicación al reconocimiento automatizado de menas metálicas.
- [17] Franceschi, M. Teza, G., Preto, N., Pesci, A., Galgaro, A. y Girardi, S. (2009). Discrimination between marls and limestones using intensity data from terrestrial laser scanner. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. Vol. 64. Pp. 522-528.
- [18] Bastida, F. (2005). Geología: Una Visión Moderna de las Ciencias de la Tierra. Asturias: Ediciones Trea. 1032 pp.
- [19] Bustillo Revuelta, M. y Calvo Sorando J.P. (2002). Mundo Científico, 233.
- [20] Bustillo Revuelta, M. (2001). Rocas industriales: tipología, aplicaciones en la construcción y empresas del sector. Madrid:
- [21] Trio Maseda, M. y Guillermo Ortuño, M. (2016). Panorama Minero. Madrid: Instituto Geológico y Minero de España.
- [22] Ministerio para la Transición Ecológica y el Reto Demográfico. 2020. Estadística Minera de España, 2019. Madrid: Secretaría General Técnica, Centro de Publicaciones.
- [23] Benavente, D. (2006). Propiedades Físicas y Caracterización de las Rocas Ornamentales. En: García del Cura, M.A. y Cañaveras, J.C. (Coord.). Utilización de Rocas y Minerales Industriales.
- [24] Muriel, C. Nogales, A. Romero, M. Sánchez y F. Alonso (2020). Caracterización colorimétrica de la roca ornamental de Extremadura .2020.



- [25] González de Vallejo, L.I. (2002). Ingeniería Geológica. Madrid: Pearson Educación. 744 Pp.
- [26] Jorge Araujo, Pedro. Manual introductorio al uso del programa PSPP para el análisis de datos. Biblioteca Lascasas, 2014.